Inscrit aux archives originales
du Centre de Documentation
C.N.R.S. sous le N° A0 1858

Série A, n°
N° d'ordre :

232

THÈSES

PRESENTEES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES D'ORSAY
UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE Grade DE DOCTEUR ES-SCIENCES

PAR

BALLOT Jean-Louis

1re **THESE.** — "Théorie des réactions nucléaires basée sur les principes de seconde quantification - Application aux réactions de transfert".

2e **THESE.** — Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 2.11.67 **devant la Commission d'examen**

M. JEAN — Président.

Mme BENOIST-GUEUTAL
MM. BLOCH
PICINBONO
— Examinateurs.

Série A, n°
N° d'ordre :

232

THÈSES

PRESENTEES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES D'ORSAY
UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE Grade DE DOCTEUR ES-SCIENCES

PAR

BALLOT Jean-Louis

1re **THESE.** — "Théorie des réactions nucléaires basée sur les principes de seconde quantification - Application aux réactions de transfert".

2e **THESE.** — Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 2.11.67 **devant la Commission d'examen**

M. JEAN — Président.

Mme BENOIST-GUEUTAL
MM. BLOCH
PICINBONO
— Examinateurs.

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Monsieur le Professeur Maurice JEAN, Directeur de la Division de Physique Théorique de l'Institut de Physique Nucléaire qui m'a accueilli dans son Laboratoire . Les précieux encouragements qu'il m'a prodigués m'ont permis de réaliser ce travail .

Je remercie vivement Madame le Professeur P. BENOIST GUEUTAL dont la compétence dans les problèmes abordés ici m'a permis d'approfondir toute une partie de ce travail .

Je tiens à remercier Monsieur Claude BLOCH qui m'a suggéré d'étudier le problème à 4 corps et dont les critiques m'ont été infiniement précieuses .

Monsieur Bernard PICINBONO a guidé mes débuts en Physique Théorique et je lui dois une partie de ma formation de Chercheur . Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde reconnaissance .

Ce travail est le fruit d'une collaboration avec François BECKER . Je tiens à lui confirmer combien j'ai été sensible à l'atmosphère amicale qui a toujours régnée entre nous , dans les moments difficiles comme dans les périodes de réussite .

Je remercie aussi tout le personnel administratif qui a assuré la présentation matérielle de cette thèse .

Je ne saurais oublier Francine , mon épouse , pour tout ce qu'elle a su consentir et me donner durant la réalisation de cette thèse .

INTRODUCTION

Bien que les méthodes de calcul fondées sur les principes de seconde quantification soient depuis 1958 , à l'origine des progrès faits en spectroscopie nucléaire (R 1,2) , ce n'est que très récemment qu'elles ont été introduites dans l'étude des réactions nucléaires (R 3,4 ..... 8) . Cet état de chose peut s'expliquer par le fait que les informations physiques qui découlent de la spectroscopie ou des réactions nucléaires sont de natures différentes , les unes se rapportant exclusivement aux états liés d'un système , les autres comprenant en outre les états de diffusion .

Dans l'étude des réactions nucléaires on n'obtient une information sur la structure nucléaire des noyaux que dans la mesure où le mécanisme effectif de la réaction mise en jeu est parfaitement connu . Il nous est donc apparu important de rechercher une formulation des réactions nucléaires qui nous permettent de faire apparaitre les mécanismes possibles ainsi que leur importance relative .

A la suite de P. J. Redmond et de J. L. Uretsky nous avons pensé que le formalisme de H. Lehmann , K. Symansik et W. Zimmermann (R 9) était le plus adapté à la formulation de nos idées . En particulier , outre le fait qu'il introduisait naturellement l'antisymétrisation des nucléons , il pouvait traduire correctement le fait qu'un noyau isolé se comporte comme une particule élémentaire sa structure microscopique n'intervenant pas tandis que lorsqu'il est en contact avec un milieu actif tel que la présence d'autres nucléons , il se comporte comme une particule composite , chacun des nucléons qui le constituent jouant un rôle dans l'interaction .

Nous avons par ailleurs utilisé les travaux de Jauch (R 51) et d'Ekstein (R 50) quant à la définition de la matrice d'un processus physique complexe . Le formalisme a ensuite été développé de façon à exprimer les amplitudes de réactions à plusieurs corps en fonction d'amplitudes plus simples , c'est à dire faisant intervenir un nombre moindre de nucléons .

Le formalisme établi , nous consacrons la seconde partie de ce travail à l'application de la méthode à l'étude des réactions nucléaires types dont nous donnons la résolution formelle. La résolution du problème à trois corps nous permet de tester notre formalisme sur un problème déjà résolu par Fadeev et Lovelace (R 17) . Celle du problème à 4 corps nous permet de montrer que toutes les amplitudes physiques sont déduites de deux fonctions indépendantes solutions de deux équations intégrales que nous étudions explicitement .

La pluspart des réactions étudiées en spectroscopie nucléaire ayant en fait le caractère d'un problème à trois corps nous analysons dans le détail les réactions de transfert d'un nucléon (stripping) , de deux et plusieurs nucléons , qui sont en réalité des problèmes à trois corps , le noyau cible, le système transferré et la partie sortante du projectile par exemple.

Ière Partie

PRESENTATION DU FORMALISME

CHAPITRE I

GENERALITES SUR LA SECONDE QUANTIFICATION

INTRODUCTION

Dans ce premier chapitre, nous définissons les opérateurs de création et de destruction à une particule dans la représentation d'interaction ainsi que les opérateurs courant qui leurs sont associés . Après avoir rappelé leurs principales propriétés dans la mécanique quantique non relativiste , nous définissons les formes asymptotiques de ces opérateurs ainsi que les relations de commutation correspondantes . Nous passons rapidement sur cette dernière partie qui a été étudiée dans le détail par P. J. Redmond et J. L. Uretsky (R,3) .

§ 1. Définition et propriétés des opérateurs à une particule

La mécanique quantique non relativiste peut être décrite , en seconde quantification , en termes d'opérateurs de champs $\phi(\vec{x}\, x_0 \beta_x)$ et de son hermitique conjugué $\phi^+(\vec{x}\, x_0 \beta_x)$. Ces opérateurs décrivent respectivement la destruction et la création d'un fermion de spin et d'isospin donné (l'ensemble de ces grandeurs étant représenté par β_x) , de quantité de mouvement quelconque au point $\vec{x}$ de l'espace des positions et à un instant x_0 . Ces champs sont des opérateurs de Heisenberg et satisfont les équations de mouvement :

$$i\frac{\partial}{\partial x_0}\phi(\vec{x}\, x_0 \beta_x) + \frac{1}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\phi(\vec{x}\, x_0 \beta_x) = \sum_{\beta_{x_1}\beta_{x_2}\beta_{x_2'}} \int d^3x_1\, d^3x_2\, d^3x_2'\; \phi^+(\vec{x}_1 \beta_{x_1} x_0)\cdot$$

$$\cdot V(\vec{x}\, x_1 \beta_x \beta_{x_1}; \vec{x}_2\, \vec{x}_2' \beta_{x_2} \beta_{x_2'})\, \phi(\vec{x}_2 x_0 \beta_{x_2})\, \phi(\vec{x}_2' x_0 \beta_{x_2'}) \quad . \qquad (I,1)$$

Les champs $\phi^+(\vec{x}\, \beta_x\, x_0)$ satisfont une équation analogue obtenue en prenant l'hermitique conjuguée de l'équation (I,1) .

A partir de ces opérateurs nous définissons des opérateurs de création et de destruction de la manière suivante :

$$a_K^+(x_0) = (2\pi)^{-3/2}\int d^3x\; e^{-ik.x}\,\phi^+(\vec{x}\, x_0 \beta_x)$$

$$a_K(x_0) = (2\pi)^{-3/2}\int d^3x\; e^{ik.x}\,\phi(\vec{x}\, x_0 \beta_x) \qquad (I,2)$$

où $k.x = k_0.x_0 - \vec{k}.\vec{x}$.

Ces deux opérateurs créent ou détruisent respectivement à un instant x_0 , un fermion de quantité de mouvement $\vec{k}$, d'énergie k_0 , de spin et d'isospin β_κ ; tout cet ensemble de nombres quantiques étant représenté par K , et au temps $x_0 = 0$ nous conviendrons d'écrire les opérateurs de création et de destruction à une particule a^+_K et a_K . Les opérateurs $a^+_K(x_0)$ et $a_K(x_0)$ ainsi définis satisfont les relations d'anticommutation :

$$\left[a_K(x_0), a^+_{K'}(x_0) \right]_+ = \delta(K-K') = \delta(\vec{k}-\vec{k}')\,\delta_{\beta_K \beta_{K'}} \qquad (I,3)$$

Les autres anticommutateurs étant nuls .

Nous introduisons l'opérateur d'énergie totale H qui s'exprime en fonction des opérateurs a^+_K et a_K par l'équation :

$$H = \int d^3K \frac{\vec{k}^2}{2m} a^+_K . a_K + H_I$$

$$H_I = \frac{1}{2}\int d^3K_1 d^3K_2 d^3K'_1 d^3K'_2 \; a^+_{K_1} a^+_{K_2} \mathcal{V}_{K_1 K_2 K'_1 K'_2} a_{K'_2} a_{K'_1} \quad . \qquad (I,4)$$

Pour simplifier l'écriture de cette équation , nous avons adopté la convention d'écriture :

$$\int d^3K_1 = \sum_{\beta_{K_1}} \int d^3k_1$$

H_I représente le Hamiltonien d'interaction et $\mathcal{V}_{K_1 K_2 K'_1 K'_2}$ la transformée de Fourier du potentiel à 2 corps apparaissent dans l'équation (I,1). Notons que $\mathcal{V}_{K_1 K_2 K'_1 K'_2}$ est antisymétrique dans l'échange des indices .

$$\mathcal{V}_{K_1 K_2 K'_1 K'_2} = - \mathcal{V}_{K_2 K_1 K'_1 K'_2} \quad .$$

Dans ces conditions les équations du mouvement de l'opérateur $a_K(x_0)$ sont données par :

$$i \frac{\partial}{\partial x_0} a_K(x_0) = \left[a_K(x_0), H_I \right] = \left[a_K(x_0) - H \right] - k_0 a_K(x_0) = J_K(x_0) \qquad (I,5)$$

Nous considèrerons par la suite les solutions de la forme :

$$a_K(x_0) = e^{i(H+k_0)x_0} a_K \, e^{-iHx_0} \qquad (I,6)$$

l'opérateur courant $J_K(x_0)$ ayant pour expression

$$J_K(x_0) = e^{i(H+k_0)x_0} J_K \, e^{-iHx_0} \qquad (I,7)$$

avec

$$J_K = \int d^3K_1 d^3K_2 d^3K_3 \, a^+_{K_1} \, \mathcal{V}_{KK_1K_2K_3} \, a_{K_2} a_{K_3}$$

Ce courant $J_K(x_0)$ satisfait à une équation différentielle analogue à celle de $a_K(x_0)$, ces opérateurs font partie de la représentation d'interaction . Notons que les opérateurs de création $a^+_K(x_0)$ et les courants $J^+_K(x_0)$ satisfont les équations hermitiques conjuguées de (I,5,6,7) .

En tenant compte de toutes ces propriétés , l'espace des impulsions généralisé à N fermions est construit à partir du vide par l'action des opérateurs $a_{K_i}(x_0)$ et $a^+_{K_i}(x_0)$ de la manière suivante :

$$|x_0; K_1 K_2 \ldots K_N\rangle = a^+_{K_1}(x_0) \, a^+_{K_2}(x_0) \ldots a^+_{K_N}(x_0) \, |0\rangle \qquad (I,8)$$

$$\langle K_N \ldots K_2 K_1; x_0| = \langle 0| \, a_{K_N}(x_0) \ldots a_{K_2}(x_0) \, a_{K_1}(x_0) \, . \qquad (I,9)$$

L'état vide $|0\rangle$ unique et indépendant du temps étant défini par l'action de l'opérateur de destruction $a_K(x_0)$ et de l'opérateur nombre de particules N :

$$N = \int d^3K \, a^+_K . a_K \qquad (I,10)$$

$$N|0\rangle = 0 \qquad a_K(x_0)|0\rangle = 0 \qquad (I,11)$$

Les vecteurs (I,8) et (I,9) sont définis au temps x_0 et antisymétriques dans l'échange des indices à cause des relations d'anticommutation (I,3) . Remarquons enfin que les équations (I,5) déterminent l'action sur le vide de l'opérateur courant, nous obtenons :

$$J_K(x_0)|0\rangle = 0 \qquad J^+_K(x_0)|0\rangle = 0 \qquad (I,12)$$

ces deux relations traduisent la conservation du nombre de particules et l'absence d'antiparticules dans la théorie . Elles découlent nécessairement de la forme de l'hamiltonien d'interaction que nous avons choisi dans l'équation (I,1) et ne sont valables qu'au dessous du seuil de production des mésons π .

Les relations (I,12) nous permettent de montrer que l'état à une particule $a_K^+(x_0)\,|0\rangle$ est indépendant du temps . En effet il est possible d'intégrer formellement l'équation (I,5) de la manière suivante :

$$a_K^+(x_{1_0}) - a_K^+(x_{2_0}) = \int_{x_{2_0}}^{x_{1_0}} dx_0 \left\{ \frac{d}{dx_0} a_K^+(x_0) \right\} = i \int_{x_{2_0}}^{x_{1_0}} dx_0 \, J_K^+(x_0) \qquad (I,13)$$

et en appliquant cette équation sur le vide

$$a_K^+(x_{1_0})\,|0\rangle = a_K^+(x_{2_0})\,|0\rangle \qquad (I,14)$$

Remarquons cependant que l'état obtenu par l'action de l'opérateur $a_K^+(x_0)$ sur un état quelconque occupé évolue au cours du temps .

§ 2. Définition et propriétés des opérateurs asymptotiques à une particule

Soient $\langle\Lambda|$ et $|\gamma\rangle$ deux états propres de H, nous définissons les formes asymptotiques des opérateurs de création et de destruction à une particule au sens faible :

$$\langle\Lambda|\ a_K^{\overset{in}{(em)}}\ |\gamma\rangle = \lim_{x_0 \to \overset{-\infty}{(+\infty)}} \langle\Lambda|\ a_K(x_0)|\gamma\rangle \qquad (I,15)$$

pour des raisons de commodité nous écrirons la relation de la manière suivante :

$$a_K^{\overset{in}{(em)}} = \lim_{x_0 \to \overset{-\infty}{(+\infty)}} a_K(x_0) \qquad (I,15\ bis)$$

étant entendu que les limites indiquées seront prises sur les éléments de matrice de ces opérateurs . En considérant l'identité (I,13) écrite sous la forme :

$$\begin{aligned} a_K^{em} &= a_K(x_{2_0}) - i\int_{x_{2_0}}^{\infty} dx_0\ J_K(x_0) \\ a_K^{in} &= a_K(x_{1_0}) + i\int_{-\infty}^{x_{1_0}} dx_0\ J_K(x_0) \end{aligned} \qquad (I,16)$$

il est évident que l'existence d'un opérateur asymptotique a_K^{em} ou a_K^{in} est assujettie à la convergence par rapport au temps des éléments de matrice de l'opérateur $J_K(x_0)$. On peut montrer qu'il est toujours possible de définir des opérateurs asymptotiques à une particule dans la mesure où les potentiels mis en jeu dans les expressions de courants décroissent plus vite que le potentiel coulombien (R,3) .

Nous connaissons les relations d'anticommutation des opérateurs $a_K(x_0)$ et $a_K^+(x_0)$ lorsqu'ils sont définis au même temps x_0 . Il importe maintenant de rechercher les relations d'anticommutation de ces opérateurs dans leur forme asymptotique . Pour ce faire, en partant des identités de Zimmermann (R 3) et en utilisant la méthode de calcul préconisée par P. J. Redmond et JL Uretsky (R,3) . Nous démontrons que les opérateurs asymptotiques à une particule vérifient les mêmes relations d'anticommutations que les opérateurs au temps x_0 .

$$\left[a_K^{em}, a_{K'}^{em}\right]_+ = \left[a_K^{in}, a_{K'}^{in}\right]_+ = \left[a_K^{+in}, a_{K'}^{+in}\right]_+ = \left[a_K^{+em}, a_{K'}^{+em}\right]_+ = 0 \qquad (I,17)$$

et

$$\left[a_K^{em}, a_{K'}^{+em}\right]_+ = \left[a_K^{in}, a_{K'}^{+in}\right]_+ = \delta(K-K') \qquad (I,18)$$

CHAPITRE II

ETUDE DES ETATS LIES ISOLES

INTRODUCTION

Dans ce chapitre nous définissons les opérateurs qui créent ou détruisent un système lié σ_N de N nucléons dans un état propre de H, ainsi que les opérateurs de courant qui leurs sont associés. Nous déterminons les formules de fragmentation et les propriétés de ces courants. Puis comme dans le chapitre précédent nous définissons les formes asymptotiques des opérateurs à N particules et calculons leurs relations de commutation.

§ 1. Propriétés des opérateurs à N particules

1.1. Définitions

Ayant étudié les propriétés des opérateurs à une particule, nous allons définir maintenant les opérateurs créant un système lié σ_N de N nucléons dans un état propre de H que nous désignerons par $|[N]\rangle$; le crochet $[N]$ contenant tous les nombres quantiques nécessaires pour décrire cet état propre. Nous avons,

$$H\,|[N]\rangle = E_N\,|[N]\rangle \qquad (II,1)$$

où E_N représente l'énergie totale du système σ_N, somme algébrique de l'énergie cinétique et de l'énergie de liaison du système σ_N,

$$E_N = E_{Cin} - \mathcal{E}_N$$

considérons l'opérateur $a^+_{[N]}$ que nous définissons ainsi :

$$a^+_{[N]} = \frac{1}{N!}\int d^3K_1\, d^3K_2 \ldots d^3K_N \,\langle K_1 K_2 \ldots K_N\,|\,[N]\rangle\, a^+_{K_N}\, a^+_{K_{N-1}} \ldots a^+_{K_1} \qquad (II,2)$$

où $\langle K_1 \ldots K_N\,|\,[N]\rangle$ est la fonction d'onde associée à l'état $|[N]\rangle$ dans la représentation impulsion.

En faisant agir l'opérateur $a^+_{[N]}$ sur le vide nous montrons que cet opérateur crée le système σ_N dans l'état $|[N]\rangle$,

Nous allons comme dans le cas des opérateurs à une particule définir un opérateur $a^+_{[N]}(x_0)$ dépendant du temps, soit

$$a^+_{[N]}(x_0) = \frac{1}{N!}\int d^3K_1\, d^3K_2 \dots d^3K_N \,\langle K_1 \dots K_N, x_0|[N]\rangle\, a^+_{K_N}(x_0)\dots a^+_{K_1}(x_0)\,. \tag{II,4}$$

1. 2. Equation de mouvement des opérateurs $a^+_{[N]}(x_0)$

Calculons la dérivé temporelle de cet opérateur.

L'amplitude $\langle K_1 \dots K_N, x_0|[N]\rangle$ évolue dans le temps de la manière suivante :

$$\langle K_1 \dots K_N, x_0|[N]\rangle = e^{i\left(\sum_{j=1}^{N} k_{j_0} - E_N\right)x_0}\langle K_1 \dots K_N|[N]\rangle \tag{II,5}$$

la dérivée temporelle de $a^+_{[N]}(x_0)$ s'écrit donc :

$$\frac{d}{dx_0}a^+_{[N]}(x_0) = \frac{i}{N!}\int d^3K_1 \dots d^3K_N \,\langle K_1 \dots K_N, x_0|[N]\rangle \left\{\left(\sum_{j=1}^{N} k_{j_0} - E_N\right) a^+_{K_N}(x_0)\dots a^+_{K_1}(x_0)\right.$$
$$\left. + \sum_{j=1}^{N} a^+_{K_N}(x_0) \dots J^+_{K_j}(x_0) \dots a^+_{K_1}(x_0)\right\}. \tag{II,6}$$

et en utilisant la relation suivante :

$$\sum_{j=1}^{N}\left\{k_{j_0} + a^+_{K_N}(x_0)\dots J^+_{K_j}(x_0)\dots a^+_{K_1}(x_0)\right\} = \left[H,\, a^+_{K_N}(x_0)\dots a^+_{K_1}(x_0)\right] \tag{II,7}$$

il vient

$$\frac{d}{dx_0}a^+_{[N]}(x_0) = \frac{i}{N!}\int d^3K_1 \dots d^3K_N \,\langle K_1 \dots K_N, x_0|[N]\rangle \left\{\left[H, a^+_{K_N}(x_0)\dots a^+_{K_1}(x_0)\right]\right.$$
$$\left. - E_N\, a^+_{K_N}(x_0)\dots a^+_{K_1}(x_0)\right\}. \tag{II,8}$$

d'où

$$-i\frac{d}{dx_0}a^+_{[N]}(x_0) = \left[H, a^+_{[N]}(x_0)\right] - E_N\, a^+_{[N]}(x_0) = J^+_{[N]}(x_0) \tag{II,9}$$

Nous considèrerons par la suite les solutions de la forme :

$$a^+_{[N]}(x_0) = e^{iHx_0}\, a^+_{[N]}\, e^{-i(H+E_N)x_0} \tag{II,9 bis}$$

et de la même façon nous montrons que les opérateurs $a_{[N]}(x_0)$ définis en transposant l'équation (II,4) satisfont l'équation de mouvement ,

$$i \frac{d}{dx_0} a_{[N]}(x_0) = \left[a_{[N]}(x_0), H \right] - E_N a_{[N]}(x_0) = J_{[N]}(x_0) \qquad (II,10)$$

où $J_{[N]}(x_0)$ et $J^+_{[N]}(x_0)$ sont les courants associés au système σ_N lié.

1. 3. Expression des courants $J_{[N]}(x_0)$ en fonction des courants à 1 particule

Nous donnons la démonstration de cette expression qui nous sera d'une grande utilité par la suite . Nous partons de l'équation (II,6)

$$i \frac{d}{dx_0} a_{[N]}(x_0) = \frac{1}{N!} \int d^3K_1 \dots d^3K_N \, \langle [N] | K_1 \dots K_N, x_0 \rangle \left\{ \left(\sum_{j=1}^{N} k^j_{j_0} - E_N \right) a_{K_N}(x_0) \dots a_{K_1}(x_0) \right.$$

$$\left. + \sum_{j=1}^{N} a_{K_N}(x_0) \dots \quad . J_{K_j}(x_0) \dots a_{K_1}(x_0) \right\} . \qquad (II,11)$$

Faisons commuter $J_{K_j}(x_0)$ avec les opérateurs à une particule $a_{K_N}(x_0) \dots a_{K_{N-j}}(x_0)$ en utilisant la relation suivante dont on trouvera le calcul dans l'appendice I .

$$\left[a_{K_{N-j}}, J_{K_j} \right]_+ = \tilde{v}_{K_j K_{N-j}} = \int d^3q_1 d^3q_2 \, v_{K_j K_{N-j} q_1 q_2} \, a_{q_1} a_{q_2} \qquad (II,12)$$

$$a_{K_N}(x_0) \dots a_{K_{N-(j+1)}}(x_0) \, a_{K_{N-j}}(x_0) J_{K_j}(x_0) \dots = (-1)^{j+1} J_{K_j}(x_0) \, a_{K_N}(x_0) \dots a_{K_1}(x_0)$$

$$+ \sum_{i=0}^{j} (-1)^{i+1} a_{K_N}(x_0) \dots a_{K_{N-(i+2)}}(x_0) \, \tilde{v}_{K_{N-i} K_{N-i-1}} \, a_{K_{N-i+1}}(x_0) \dots a_{K_1}(x_0) \qquad (II,13)$$

en remplaçant (II,13) dans (II,11) nous obtenons

$$i \frac{d}{dx_0} a_{[N]}(x_0) = \frac{1}{N!} \int d^3K_1 \dots d^3K_N \, \langle [N] | K_1 \dots K_N, x_0 \rangle \sum_j (-1)^{j+1} J_{K_j}(x_0) \, a_{K_N}(x_0) \dots a_{K_1}(x_0)$$

$$+ \frac{1}{N!} \int d^3K_1 \dots d^3K_N \, \langle [N] | K_1 \dots K_N, x_0 \rangle \sum_{j=1}^{N} \left\{ \left(k^j_{j_0} - E_N \right) a_{K_N}(x_0) \dots a_{K_1}(x_0) + \right.$$

$$\left. \sum_{i=0}^{j} (-1)^{i+1} a_{K_N}(x_0) \dots a_{K_{N-(i+2)}}(x_0) \, \tilde{v}_{K_{N-i} K_{N-(i+1)}} \, a_{K_{N-(i-1)}}(x_0) \dots a_{K_1}(x_0) \right. \qquad (II,14)$$

Le second terme du 2eme membre de l'équation précédente est nul , l'amplitude $\langle [N] \mid K_1 \cdots K_N ; x_0 \rangle$ étant solution de l'équation de Schroëdinger de σ_N^{γ} , comme on peut le voir en calculant les éléments de matrice $\langle [N] \mid H \mid K_1 \cdots K_N ; x_0 \rangle$.

Le premier terme se simplifie en utilisant le fait que $\langle [N] \mid K_1 \cdots K_N ; x_0 \rangle$ est antisymétrique par rapport à l'échange des corpuscules ; il s'écrit :

$$i \frac{d}{dx_0} a_{[N]}(x_0) = J_{[N]}(x_0) = \frac{N}{N!} \int d^3K_1 \cdots d^3K_N \langle [N] \mid K_1 \cdots K_N ; x_0 \rangle J_{K_N}(x_0) \cdots a_{K_1}(x_0) \qquad (II,15)$$

En suivant le même processus de démonstration nous déterminons l'expression de $J^+_{[N]}(x_0)$ en fonction de $J^+_{K_N}(x_0)$ et nous obtenons

$$-i \frac{d}{dx_0} a^+_{[N]}(x_0) = J^+_{[N]}(x_0) = \frac{N}{N!} \int d^3K_1 \cdots d^3K_N \langle K_N \cdots K_1 ; x_0 \mid [N] \rangle a^+_{K_1} \cdots J^+_{K_N} \qquad (II,16)$$

L'opérateur $J^+_{[N]}(x_0)$ possédant un opérateur de courant à une particule à sa droite et un opérateur de création à sa gauche annihile le vide comme l'opérateur courant $J_K(x_0)$ à une particule (c'est aussi une conséquence de l'équation $II,9$) .

$$J_{[N]}(x_0) \mid 0 \rangle = J^+_{[N]}(x_0) \mid 0 \rangle = 0 \qquad (II,17)$$

Remarque : La structure des équations $(II,9)$ et ($I,5$) , montre que l'opérateur $a_{[N]}(x_0)$ peut être considéré comme un opérateur à une particule isolée .

1. 4. Fragmentation du courant $J_{[N]}(x_0)$ associé à un état de σ_N^{γ} .

Effectuons la démonstration dans la représentation d'impulsion . Nous partons de l'expression

$$J_{[N]}(x_0) = \frac{N}{N!} \int d^3K_1 \cdots d^3K_N \langle [N] \mid a^+_{K_N}(x_0) \cdots a^+_{K_P}(x_0) \cdots a^+_{K_1}(x_0) \mid 0 \rangle J_{K_1}(x_0) \cdots a_{K_N}(x_0) \qquad (II,18)$$

projetons à droite de $a^+_{K_{P+1}}(x_0)$ sur la base complète des états de σ_P^{γ}, il vient

$$J_{[N]}(x_0) = \frac{N}{N!} \frac{P!}{P} \sum_{[P]} \int d^3K_{P+1} \cdots d^3K_N \langle [N] \mid a^+_{K_N}(x_0) \cdots a^+_{K_{P+1}}(x_0) \mid [P] \rangle J_{[P]}(x_0) a_{K_{P+1}}(x_0) \cdots a_{K_N}(x_0) \qquad (II,19)$$

où nous avons fait apparaître le courant $J_{[P]}(x_0)$; ou encore

$$J_{[N]}^{(x_0)} = \frac{N}{N!}\frac{P!}{P}\frac{1}{(N-P)!}\sum_{[P]}\int d^3K'_{P+1}\dots d^3K'_N\, d^3K_{P+1}\dots d^3K_N \langle [N]\,|\, a^+_{K'_N}\dots a^+_{K'_{P+1}}\,|\,[P]\rangle$$

$$\mathcal{A}\,\delta(K'_N-K_N)\dots\delta(K'_{P+1}-K_{P+1})\, J_{[P]}^{(x_0)}\, a_{K_{P+1}}^{(x_0)}\dots a_{K_N}^{(x_0)}\,. \qquad (\text{II}, 20)$$

Introduisons la relation de fermeture sur les fonctions d'onde du système σ_{N-P}

$$\sum_{[N-P]} \langle K'_{P+1}\dots K'_N\,|\,[N-P]\rangle\langle [N-P]\,|\,K_N\dots K_{P+1}\rangle = \mathcal{A}\,\delta(K_N-K'_N)\dots\delta(K_{P+1}-K'_{P+1}) \qquad (\text{II}, 20\,\text{bis})$$

nous obtenons l'expression

$$J_{[N]}^{(x_0)} = \frac{P!\,(N-P)!}{N!}\frac{N}{P}\sum_{[P][N-P]} \langle [N]\,|\, a^+_{[N-P]}(x_0)\,|\,[P]\rangle\, J_{[P]}^{(x_0)}\, a_{[N-P]}^{(x_0)} \qquad (\text{II}, 21)$$

qui s'écrit encore

$$J_{[N]}^{(x_0)} = \frac{P!\,(N-P)!}{N!}\frac{N}{P}\sum_{[P][N-P]} (-1)^{P.(N-P)} \langle [N]\,|\, a^+_{[P]}(x_0)\,|\,[N-P]\rangle\, J_{[P]}^{(x_0)}\, a_{[N-P]}^{(x_0)} \qquad (\text{II}, 22)$$

expressions qui nous seront d'une grande utilité par la suite .

§ 2. Etats liés asymptotiques . Relations de commutation.

2.1. Définition des états asymptotiques

Comme pour les opérateurs à une particule , nous définissons les opérateurs asymptotiques à N particules .

$$a^{\substack{in\\(em)}}_{[N]} = \lim_{x_0 \to \substack{-\infty\\(+\infty)}} a_{[N]}(x_0) \qquad (II,26)$$

la limite étant prise au sens faible . En considérant l'identité (I ,13) écrite sous la forme .

$$a^{\substack{em\\(in)}}_{[N]} = a_{[N]}(x_0) - i \int_{x_0(-\infty)}^{\infty(x_0)} dx'_0 \, J_{[N]}(x'_0) \qquad (II,27)$$

ou

$$a_{[N]}(x_{1_0}) = a_{[N]}(x_{2_0}) - i \int_{x_{2_0}}^{x_{1_0}} dx'_0 \, J_{[N]}(x'_0)$$

nous montrons , compte tenu de la propriété (II ,16) que les états

$$\langle 0 | a^{\substack{em\\(in)}}_{[N]} = \langle 0 | a_{[N]}(x_{1_0}) = \langle 0 | a_{[N]} = \langle [N] | \qquad (II,28)$$

sont indépendants du temps ; mais qu'il n 'en est pas de même si nous faisons agir ces opérateurs sur un état autre que le vide .

2.2. Relations de commutation

Nous connaissons les relations d'anticommutation des opérateurs à une particule $a^+_K(x_0)$ et $a_{K'}(x_0)$ pris au même temps ainsi que celles des formes asymptotiques de ces opérateurs .
En tenant compte de la représentation des opérateurs $a^+_{[N]}(x_0)$, (II ,4) il nous est possible de former les commutateurs * .

$$\left[a_{[N]}(x_0) , a^+_{[M]'}(x_0) \right]_{(-1)^{M.N+1}} \qquad (II,29)$$

---

* Le symbole $[\ ]_{(-1)^\alpha}$ est un commutateur si α est impair , et un anticommutateur si α est pair .

et de l'exprimer en fonction des opérateurs microscopiques et des fonctions d'onde . Le commutateur précédent se met sous la forme

$$\left[a_{[N]}(x_0) , a^{+}_{[M]'}(x_0) \right]_{(-1)^{M.N+1}} = \delta([N]-[M]') + \mathcal{S}([N],[M]',x_0) \qquad (\text{II},30)$$

où $\mathcal{S}([N],[M],x_0)$ est un opérateur, dont les éléments de matrices sont des fonctions de carrés sommables, sa valeur moyenne sur le vide étant nulle nous avons :

$$\langle 0 | \left[a_{[N]}(x_0) , a^{+}_{[M]'}(x_0) \right]_{(-1)^{M.N+1}} = \delta([N]-[M]') \qquad (\text{II},31)$$

Remarquons que cette valeur moyenne est la traduction de l'orthogonalité de deux états propres de $\mathcal{H}$

De même

$$\left[a_{[N]}(x_0) , a_{[M]'}(x_0) \right]_{(-1)^{M.N+1}} = 0 \qquad (\text{II},32)$$

les relations de commutation d'opérateurs asymptotiques que nous aurons à utiliser seront toujours prises entre deux états propres de $\mathcal{H}$ et de plus avec une intégration sur l'énergie . C'est la raison pour laquelle nous allons déterminer en éléments de matrice ces relations de commutation . Soit donc à calculer

$$\sum_{[M]'} C([M]') \langle \Lambda | \left[a^{in}_{[N]} , a^{+in}_{[M]'} \right]_{(-1)^{M.N+1}} | \Lambda' \rangle \qquad (\text{II},33)$$

compte tenu de l'équation (II,26) , nous écrivons cette expression sous la forme suivante :

$$\lim_{x_0 \to -\infty} \sum_{[M]'} C([M]') \, e^{i(E_\Lambda + E_{[N]} - E_{\Lambda'} - E_{[M]'})x_0} \langle \Lambda | \left[a_{[N]} , a^{+}_{[M]'} \right]_{(-1)^{M.N+1}} | \Lambda' \rangle \qquad (\text{II}\cdot 34)$$

à l'aide de la relation (II,30) , on voit que l'expression (II,34) est la somme de deux termes :

$$C([N]) + \lim_{x_0 \to -\infty} \sum_{[M]'} C([M]') \, e^{i(E_\Lambda + E_{[N]} - E_{\Lambda'} - E_{[M]'})x_0} \langle \Lambda | \mathcal{S}([N][M]') | \Lambda' \rangle \qquad (\text{II}\cdot 34\text{bis})$$

dont le second est nul , $\langle \Lambda | \mathcal{S}([N][M]') | \Lambda' \rangle$ étant une fonction de carré sommable . Il en résulte donc que

$$\sum_{[M]'} C([M]') \langle \Lambda | \left[a^{in}_{[N]} , a^{+in}_{[M]'} \right]_{(-1)^{M.N+1}} | \Lambda' \rangle = C([N]) \qquad (\text{II}\cdot 35)$$

Nous montrons ainsi que la relation de commutation suivante :

$$\left[a^{in}_{[N]}, a^{+in}_{[M]'} \right]_{(-1)^{M.N+1}} = \delta([N]-[M]') \qquad (II,36)$$

est vraie en éléments de matrice .

De la même manière nous montrons que

$$\left[a^{em}_{[N]}, a^{+em}_{[M]'} \right]_{(-1)^{M.N+1}} = \delta([N]-[M]') \qquad (II,37)$$

tous les autres commutateurs étants nuls à cause de la relation (II,32) ces relations sont fondamentales elles montrent qu'asymptotiquement toutes les particules sont distinctes , qu'elles soient composites ($N \neq 1$) ou non .

De telles relations de commutation n'existent pas pour les opérateurs d'états liés non asymptotiques , l'opérateur $\underline{\varrho}([N],[M]',x_0)$ étant une fonction de recouvrement des fonctions d'onde des états liés $|[N]\rangle$ et $|[M]'\rangle$ multipliée par un produit normal de N opérateurs de création et de destruction . Tous les éléments qui composent les systèmes liés interviennent et le commutateur au temps x_0 traduit la structure interne des noyaux considérés . La forme de l'opérateur $\underline{\varrho}([N],[M]',x_0)$ est très complexe . Elle traduit en effet la complexité de la structure interne des noyaux . Tout l'esprit de la théorie consistant en particulier à ne pas faire apparaître explicitement cet opérateur , il est donc inutile que nous en donnions la forme détaillée .

2.3. Détermination de la relation $J^{+}_{[P]}|[N]\rangle = (-1)^{N.P} J^{+}_{[N]}|[P]\rangle$.

Considérons l'opérateur :

$$J^{+}_{[P]}|[N]\rangle = J^{+}_{[P]} a^{+}_{[N]}|0\rangle \qquad (II,38)$$

en utilisant l'équation de mouvement (II,9) , (II,26) s'écrit :

$$\left\{ H a^{+}_{[P]} - E_N a^{+}_{[P]} - E_P a^{+}_{[P]} \right\} a^{+}_{[N]}|0\rangle \qquad (II,39)$$

faisons commuter $a^{+}_{[P]}$ et $a^{+}_{[N]}$ en utilisant la relation (II,32) il vient :

$$(-1)^{P.N} \left\{ H a^{+}_{[N]} - E_N a^{+}_{[N]} - a^{+}_{[N]} H \right\} a^{+}_{[P]}|0\rangle \qquad (II,40)$$

qui compte tenu de (II.9) démontre la proposition

$$J^{+}_{[P]}|[N]\rangle = (-1)^{P.N} J^{+}_{[N]}|[P]\rangle \qquad (II,41)$$

CHAPITRE III

ETUDE DES ETATS DE DIFFUSION

INTRODUCTION

Les propriétés des opérateurs créant ou détruisant des systèmes liés isolés de N particules ayant été étudiées dans le chapitre précédent, nous allons maintenant considérer des systèmes formés de plusieurs états liés.

Soit un opérateur $a^+_{N_i}$ qui d'après nos définitions crée à l'instant $x_0 = 0$ un système lié de N_i nucléons dans un état propre de H $|N_i\rangle$ avec la valeur propre E_{N_i}.

$$H\,|N_i\rangle = E_{N_i}\,|N_i\rangle$$

Construisons maintenant un système composé de n fragments sans interaction de $N_1, N_2, \ldots, N_n$ fermions. Chaque fragment N_i étant un état lié de N_i fermions. Soit $|N^\circ\rangle$ un état de ce système, construit à partir du vide en faisant agir successivement les n opérateurs $a^+_{N_i}$ de la manière suivante :

$$|N^\circ\rangle = \prod_{i=1}^{n} a^+_{N_i}\,|0\rangle = |N_1\, N_2 \ldots N_n\rangle \quad .$$

Nous allons dans ce chapitre étudier les propriétés de ces états.

§ 1. Cas de deux fragments

Considérons deux opérateurs $a^+_{N_1}$ et $a^+_{N_2}$ qui créent deux systèmes liés respectivement de N_1 et N_2 nucléons dans des états propres de H d'énergie propre E_{N_1} et E_{N_2} de la manière suivante.

$$H|N_1\rangle = H\,a^+_{N_1}|0\rangle = E_{N_1}|N_1\rangle$$

et (III,1)

$$H\,|N_2\rangle = H\,a^+_{N_2}|0\rangle = E_{N_2}\,|N_2\rangle$$

Soit $|N\rangle = |N_1 N_2\rangle$ un état d'énergie $E_{N_1 N_2} = E_{N_1} + E_{N_2}$ obtenu par l'action sur le vide des opérateurs $a^+_{N_1}, a^+_{N_2}$ définis au temps $x_0 = 0$

$$|N\rangle = |N_1 N_2\rangle = a^+_{N_1} a^+_{N_2} |0\rangle \qquad (\text{III},2)$$

D'après les propriétés des courants que nous avons montrées précédemment, cet état évolue au cours du temps ; nous conviendrons de l'écrire $|N_1 N_2 ; x_0\rangle$ lorsqu'il est défini à l'instant x_0. Soit d'après les équations de mouvement (II,9 bis),

$$|N_1 N_2 ; x_0\rangle = a^+_{N_1}(x_0)\, a^+_{N_2}(x_0) |0\rangle = e^{i(H - E_{N_1} - E_{N_2}) x_0} |N_1 N_2\rangle \qquad (\text{III},3)$$

Un état stationnaire de diffusion des deux fragments N_1 et N_2 est la limite quand $x_0 \to \pm\infty$ de l'état $|N_1 N_2 ; x_0\rangle$ (Ekstein pr. 101 :1956) - Soit avec nos conventions d'écriture

$$|N_1 N_2\rangle^{(in)}_{em} = \lim_{x_0 \to +\infty (-\infty)} a^+_{N_1}(x_0)\, a^+_{N_2}(x_0) |0\rangle = \lim_{x_0 \to +\infty (-\infty)} e^{i(H - E_{N_1} - E_{N_2}) x_0} |N_1 N_2\rangle$$

$$= a^{+\,(in)}_{em\,N_1} \cdot a^{+\,(in)}_{em\,N_2} |0\rangle \qquad (\text{III},4)$$

. Nous définissons un opérateur qui crée sur le vide un état stationnaire de diffusion de deux fragments avec un comportement *in* ou *em* .

Au temps $x_0 = 0$ nous définissons l'opérateur $a^+_{N_1 N_2\, in}$ tel que

$$a^+_{N_1 N_2\, in} = \frac{N_1!\, N_2!}{(N_1 + N_2)!} \sum_{[N_1][N_2]} \langle [N_1][N_2] | N_1 N_2 \rangle^{in} a^+_{[N_1]} \cdot a^+_{[N_2]} \cdot \qquad (\text{III},5)$$

au temps x_0 nous avons

$$a^+_{N_1 N_2\, in}(x_0) = \frac{N_1!\, N_2!}{(N_1 + N_2)!} \sum_{[N_1][N_2]} \langle [N_1][N_2] ; x_0 | N_1 N_2 \rangle^{in} a^+_{[N_1]}(x_0), a^+_{[N_2]}(x_0) \cdot \qquad (\text{III},6)$$

$a^+_{[N_1]}(x_0)$ et $a^+_{[N_2]}(x_0)$ étant des opérateurs qui créent respectivement deux états propres de H $|[N_1]\rangle$ et $|[N_2]\rangle$ à l'instant x_0

Comme dans le cas des états liés, nous calculons les équations du mouvement de $a^+_{N_1 N_2\, in}(x_0)$ en posant :

$$\frac{d}{dx_0} \cdot a^{+}_{N_1 N_2 in}(x_0) = i J^{+}_{N_1 N_2 in}(x_0)$$

$$-i \frac{d}{dx_0} a^{+}_{N_1 N_2 in}(x_0) = \left[H, a^{+}_{N_1 N_2 in}(x_0) \right] - E_{N_1 N_2} a^{+}_{N_1 N_2 in}(x_0) \qquad (\text{III},7)$$

entrainant la propriété

$$\langle 0 | J^{+}_{N_1 N_2 in}(x_0) = J^{+}_{N_1 N_2 in}(x_0) | 0 \rangle \qquad (\text{III},8)$$

Les états $|N_1 N_2\rangle^{in}$ sont donc indépendants du temps et nous avons :

$$a^{+}_{N_1 N_2 in}(x_0) | 0 \rangle = \lim_{x_0 \to -\infty} a^{+}_{N_1 N_2 in}(x_0) | 0 \rangle = a^{+ in}_{N_1 N_2 in} | 0 \rangle \qquad (\text{III},9)$$

et compte tenu de la définition III. 4.

$$a^{+ in}_{N_1 N_2 in} | 0 \rangle = a^{+ in}_{N_1} a^{+ in}_{N_2} | 0 \rangle = a^{+ in}_{N_1} a^{+}_{N_2} | 0 \rangle \qquad (\text{III},10)$$

Les relations de commutation (II,32) jointes à la définition (III,6) nous permettent par la méthode de la Ref. 3 de déterminer les relations de commutation suivantes où N est un fragment lié .

$$\left[a^{+ in}_{N} \quad a^{+ in}_{N_1 N_2 in} \right]_{(-1)^{N(N_1+N_2)+1}} = 0 \qquad (\text{III},11)$$

§ 2. Cas de n fragments

2.1. Définitions

Comme dans le cas précédent, on considère l'état

$$|N\rangle = |N_1 N_2 \dots N_n\rangle = a^+_{N_1} . a^+_{N_2} \dots . a^+_{N_n} |0\rangle \qquad (\text{III},12)$$

d'énergie $E_{N_1 N_2 \dots N_n} = (E_{N_1} + E_{N_2} + \dots + E_{N_n})$. Cet état évolue au cours du temps et sera noté $|N_1 N_2 \dots N_n ; x_0\rangle$ à l'instant x_0 . Nous définissons les formes asymptotiques de cet état de la manière suivante :

$$|N_1 N_2 \dots N_n\rangle^{\substack{em \\ (in)}} = \lim_{x_0 \to \substack{+\infty \\ (-\infty)}} |N_1 N_2 \dots N_n ; x_0\rangle \qquad (\text{III},13)$$

avec

$$|N_1 N_2 \dots N_n ; x_0\rangle = e^{i\left(H - \sum_{j=1}^{n} E_{N_j}\right)} |N_1 N_2 \dots N_n\rangle \qquad (\text{III},14)$$

Nous pouvons encore comme dans le cas des états liés définir un opérateur qui crée sur le vide un état stationnaire de diffusion de n fragments de la forme (III,13) avec le comportement in ou em . Soit

$$a^+_{N_1 N_2 \dots N_n \substack{in \\ (em)}}(x_0) = \frac{\prod_{j=1}^{n} N_j !}{\left(\sum_{j=1}^{n} n_j\right) !} \sum_{[N_1] \dots [N_n]} \langle [N_1]\,[N_2] \dots [N_n] ; x_0 | N_1 N_2 \dots N_n \rangle^{\substack{in \\ (em)}} .$$

$$. a^+_{[N_1]}(x_0) . a^+_{[N_2]}(x_0) . \dots . a^+_{[N_n]}(x_0) . \qquad (\text{III},15)$$

et en posant $\dfrac{d}{dx_0} a^+_{N_1 N_2 \dots N_n \substack{in \\ (em)}}(x_0) = i\, J^+_{N_1 N_2 \dots N_n \substack{in \\ em}}(x_0)$ (III,16)

nous déterminons l'équation du mouvement de cet opérateur .

$$\frac{d}{dx_0} a^+_{N_1 N_2 \dots N_n \substack{in \\ (em)}}(x_0) = i \left\{ \left[H, a^+_{N_1 N_2 \dots N_n \substack{in \\ (em)}}(x_0) \right] - \sum_{j=1}^{n} E_{n_j} a^+_{N_1 N_2 \dots N_n \substack{in \\ (em)}}(x_0) \right\} \qquad (\text{III},17)$$

relation qui entraine toujours la propriété

$$\langle 0 | J^+_{N_1 N_2 \dots N_n \substack{in \\ (em)}}(x_0) = J^+_{N_1 N_2 \dots N_n \substack{in \\ (em)}}(x_0) |0\rangle = 0 \qquad (\text{III},18)$$

2.2. Différentes formes des états asymptotiques

Considérons l'état $|N_1 N_2 \ldots N_n\rangle^{in}$ défini par l'équation (III,13) ; en supposant que la limite du produit est égal au produit des limites des opérateurs, nous avons

$$|N_1 N_2 \ldots N_n\rangle^{in} = \lim_{x_0 \to -\infty} a^+_{N_1}(x_0)\, a^+_{N_2}(x_0) \ldots a^+_{N_n}(x_0)|0\rangle = a^{+in}_{N_1}\, a^{+in}_{N_2} \ldots a^{+in}_{N_n}|0\rangle \qquad (III,18\ bis)$$

en tenant compte de la relation de commutation (II,36), (III,18 bis) s'écrit

$$a^{+in}_{N_1}\, a^{+in}_{N_2} \ldots a^{+in}_{N_n}|0\rangle = (-1)^{(N_1+N_2)(N_3+\ldots+N_n)}\, a^{+in}_{N_3} \ldots a^{+in}_{N_n}\, a^{+in}_{N_1}\, a^{+in}_{N_2}|0\rangle \qquad (III,19)$$

la propriété (III.10) nous donne

$$a^{+in}_{N_1}\, a^{+in}_{N_2} \ldots a^{+in}_{N_n}|0\rangle = (-1)^{(N_1+N_2)(N_3+\ldots+N_n)}\, a^{+in}_{N_3} \ldots a^{+in}_{N_n}\, a^{+in}_{N_1 N_2 in}|0\rangle$$

d'où après (III,)

$$a^{+in}_{N_1}\, a^{+in}_{N_2} \ldots a^{+in}_{N_n}|0\rangle = a^{+in}_{N_1 N_2 in}\, a^{+in}_{N_3}\, a^{+in}_{N_4} \ldots a^{+in}_{N_n}|0\rangle$$

ou (III,21)

$$a^{+in}_{N_1} \ldots\ldots a^{+in}_{N_n}|0\rangle = a^{+in}_{N_1 N_2 in}\, a^{+in}_{N_3 \ldots N_n in}|0\rangle$$

l'opération que nous venons d'effectuer est donc évidente pour le groupement d'un nombre de fragments plus élevé. En conclusion, étant donné un état asymptotique quelconque de fragments, la réduction de cet état peut s'effectuer indifféremment. Soit en réduisant les fragments séparément, soit en groupant plusieurs fragments en utilisant la relation (II,27). Dans le premier cas $[N]$ représente l'état lié correspondant du fragment réduit, dans le second cas $[N]$ représente l'état propre de H, $|[N]\rangle = |N_1 N_2 \ldots N_i\rangle^{in}_{(em)}$ du groupement de fragments considéré.

Notons enfin que les relations de commutation (II,36) et (II,37) se généralisent grace aux propriétés que nous venons d'établir au cas où les états $|[N]\rangle$ et $|[M]'\rangle$ sont des états propres de H quelconques englobant les états liés et les états de diffusion.

CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons montré que si un état du système σ_N n'est pas un état propre de H , nous devions définir une partition de σ_N en sous ensembles de fragments de plusieurs nucléons dont les états propres de H

$$|N_1 N_2 \ldots N_n ; x_0\rangle = a^+_{N_1}(x_0).\, a^+_{N_2}(x_0) \ldots a^+_{N_n}(x_0)\,|0\rangle$$

à la limite lorsque $x_0 \to \pm\infty$ cet état devient un état propre de H et traduit l'état stationnaire de diffusion des n fragments ayant le comportement incident ou émergeant suivant la nature du passage à la limite

$$|N_1 N_2 \ldots N_n\rangle^{in}_{em} = \lim_{x_0 \to \mp\infty} a^+_{N_1}(x_0).\, a^+_{N_2}(x_0) \ldots a^+_{N_n}(x_0)\,|0\rangle$$

cette propriété jointe à l'impossibilité de développer un opérateur asymptotique créant un système dans un état lié sur la base des opérateurs asymptotiques à une particule , nous permet d'écrire tous les états propres de H en fonction d'opérateurs asymptotiques indépendants

$$a^{+\,in}_{\sigma_1} \,,\; a^{+\,in}_{\sigma_{2\ell}} \,,\; a^{+\,in}_{\sigma_{3\ell}} \,,\; \ldots\ldots \,,\; a^{+\,in}_{\sigma_{n\ell}}$$ et leurs hermitiques conjugués

où $a^{+\,in}_{\sigma_{i\ell}}$ désigne l'opérateur qui crée un système de i particules dans un état lié avec le comportement asymptotique (in) . Les états propres de H peuvent également être écrits avec l'ensemble de ces mêmes opérateurs avec le comportement asymptotique (em) . Nous allons maintenant analyser l'information physique d'un processus nucléaire donné en déterminant les équations qui lient ces deux types d'opérateurs . C'est cette question que nous allons maintenant aborder dans le chapitre suivant .

CHAPITRE IV

MATRICE S , MATRICE T , FORMULES DE REDUCTION

§ 1. Technique de réduction . Définition des opérateurs de Moller

1.1-Généralités

Considérons un système $\mathcal{S}_N$ de N nucléons dans lequel nous pouvons éventuellement trouver des noyaux complexes de plusieurs nucléons . Soit $|[N]\rangle$ un état de ce système $\mathcal{S}_N$, obtenu à partir du vide en créant tous les nucléons et tous les noyaux de $\mathcal{S}_N$ dans leurs états respectifs . Nous avons défini précédemment les opérateurs de création et de destruction asymptotiques ; si nous convenons donc de créer toutes les composantes de $\mathcal{S}_N$ dans un état (in) ce système se trouve dans l'état asymptotique (in) et de la même manière si toutes les composantes sont crées dans un état (em), on obtiendra $\mathcal{S}_N$ dans l'état $|[N]\rangle^{em}$. L'ensemble des états $|[N]\rangle^{in}$ formant une base complète , on introduit généralement S l'opérateur unitaire qui fait passer d'une base à l'autre soit :

$$S\,|[N]\rangle^{em} = |[N]\rangle^{in} \quad \text{et} \quad S^{+}\,|[N]\rangle^{in} = |[N]\rangle^{em} \qquad (\text{IV},1)$$

l'existence de cet opérateur ayant été discuté par Ekstein (R,50) et Jauch (R,51) sur des bases mathématiques très rigoureuses . Ce changement de base entraine un changement de représentation pour les opérateurs de création asymptotiques .

$$S\,a_K^{+\,em}\,S^{+} = a_K^{+\,in} \quad \text{et} \quad S^{+}\,a_K^{+\,in}\,S = a_K^{+\,em} \qquad (\text{IV},2)$$

Si nous prenons l'élément de la matrice S entre deux états $|[N]_i\rangle^{em}$ et $|[N]_f\rangle^{em}$

$$S_{fi} = {}^{em}\langle [N]_f | S | [N]_i\rangle^{em} = {}^{in}\langle [N]_f | S | [N]_i\rangle^{in} = {}^{em}\langle [N]_f | [N]_i\rangle^{in} \qquad (\text{IV},3)$$

avec la condition de stabilité :

$$S\,|0\rangle = |0\rangle$$

On dira que l'on réduit l'élément de matrice S_{fi} d'un processus donné lorsque l'on remplace dans celui ci les opérateurs (in) ou (em) respectivement par des opérateurs (em) ou (in) et

les courants correspondants en utilisant les identités (I,16) et (II,27) .
On appellera par ailleurs vertex l'élément de matrice M décrivant un processus donné , la définition de cet élément de matrice M étant celle habituellement admise

$$S_{fi} = \delta_{fi} - i\,(2\pi)^4\,\delta(E_f - E_i)\,\delta(\vec{P}_f - \vec{P}_i)\,M_{fi} \qquad (IV,4)$$

ou bien en fonction de la matrice T

$$S_{fi} = \delta_{fi} - i\,(2\pi)\,\delta(E_f - E_i)\,T_{fi} \quad . \qquad (IV,5)$$

L'élément de matrice T_{fi} étant défini hors couche d'énergie tandis que l'élément de matrice M_{fi} est défini hors couche d'énergie et hors couche d'impulsion . Nous donnerons ultérieurement une analyse plus explicite des fonctions de vertex que nous venons de définir avant d'aborder l'étude de processus nucléaires types .

1.2. Technique de réduction

Considérons un système $\mathcal{S}_N$ composé de N nucléons et $|[N]_{A,B}\rangle^{in}$ l'état incident de ce système dans lequel nous avons supposé l'existence d'une partition $p = \{A,B\}$ c'est à dire de deux noyaux de nombre de masse respectif A et B . Soit enfin ${}^{em}\langle [N]_{\mu\nu\rho}|$ l'état émergeant avec la partition $p = \{\mu,\nu,\rho\}$. L'élément de matrice S_{fi} d'un tel processus nucléaire s'écrit :

$$S_{fi} = {}^{em}\langle [N]_{\mu\nu\rho} | [N]_{AB}\rangle^{in} \qquad (IV,6)$$

compte tenu des propriétés que nous avons établies dans le chapitre précédent , (IV,6) s'écrit encore

$$S_{fi} = {}^{em}\langle [N]_{\mu\nu\rho} | [N]_{AB}\rangle^{in} = \langle 0 |\, a^{em}_{P_\mu P_\nu P_\rho\, em} \cdot a^{+\,in}_{P_A P_B\, in}\, | 0\rangle$$

$$= \langle 0 |\, a_{P_\mu} . a^{em}_{P_\nu} . a^{em}_{P_\rho} . a^{+\,in}_{P_A} . a^{+}_{P_B}\, | 0\rangle \quad ,$$

où les P_i sont les quadrivecteurs énergie-impulsion des systèmes $\mathcal{S}_i$ libres . Réduire l'expression (IV,7) consiste donc à remplacer $a^{+\,in}_{P_A}$ par exemple par l'identité :

$$a^{+\,in}_{P_A} = a^{+\,em}_{P_A} - i \int_{-\infty}^{\infty} dx_0\, J^{+}_{P_A}(x_0) \qquad (IV,8)$$

Si dans la partition de l'état final nous avons $A \neq \mu, A \neq \nu, A \neq \rho$ le premier terme (IV,8) donne une contribution nulle à cause de la relation de commutation (III 11) et dans ce cas :

$$S_{fi} = -i \int_{-\infty}^{+\infty} dx_0 \overset{em}{<} P_\mu P_\nu P_\rho \mid J^+_{P_A}(x_0) \mid P_B > \qquad (IV,9)$$

et en appliquant l'invariance par translation

$$J^+_{P_A}(x_0) = e^{iHx_0} J^+_{P_A} e^{-i(H+E_A)x_0} \qquad (IV,10)$$

ou E_A est l'énergie totale du système $\mathcal{S}_A$ l'expression (IV,9) s'écrit donc :

$$S_{fi} = -i(2\pi)\delta(E_f - E_i) \overset{em}{<} P_\mu P_\nu P_\rho \mid J_{P_A} \mid P_B > \qquad (IV,11)$$

expression qui nous permet de définir par identification avec (IV,5) l'élément de matrice T de ce processus hors couche d'énergie .

Si dans la partition de l'état final nous avons au moins un des nombres de masse μ, ν, ρ égal à A , ρ par exemple nous obtenons en utilisant (II ,37)

$$S_{fi} = -i 2\pi \delta(E_f - E_i) \overset{em}{<} P_\mu P_\nu P_\rho \mid J_{P_A} \mid P_B >$$

pour définir l'élément de matrice T_{fi} sur couche d'énergie d'un processus nucléaire nous n'avons eu besoin que de connaitre la partition de l'état incident que nous avons réduit , nous caractériserons cet élément de matrice par T^-_{fi} , pour le distinguer de l'élément de matrice T^+_{fi} obtenu par réduction de la voie émergeante . Dans le cas présent nous écrivons donc

$$T^-_{fi}(E) = \overset{em}{<} P_\mu P_\nu P_\rho \mid J^+_{P_A} \mid P_B > \qquad (IV,13)$$

où $E = E_i$ est l'énergie du problème , pour étudier les propriétés physiques de l'expression (IV,13) plusieurs méthodes sont possibles .

La première est de réduire par exemple un ou plusieurs opérateurs (em) de la voie émergeante au temps zéro (ou au temps-∞ dans le cas ou dans le ket de (IV,13) il resterait un état de diffusion de plusieurs particules) , d'effectuer la commutation des opérateurs a_{P_ρ} avec $J^+_{P_A}$ qui fait apparaître les interactions entre les systèmes $\mathcal{S}_\rho$ et $\mathcal{S}_A$ et d'étudier les éléments de matrice obtenus de ces interactions ; il apparaît également les éléments de matrice du type $\overset{em}{<} P_\mu P_\nu \mid J_{P_\rho} J^+_{P_A} \mid P_B >$

qui va nous donner une équation du type de Low entre une amplitude de réaction à $\mathcal{N}$ corps compte tenu de toutes les amplitudes de réaction que l'on peut effectuer avec $\mathcal{N}$ corps , compte tenu de toutes les partitions de $\mathcal{N}$ acceptables physiquement . (R, 7) . Une telle méthode de réduction ne nous apprendra rien sur les processus microscopiques internes . Notre objectif étant d'exprimer une amplitude à $\mathcal{N}$ corps en fonction d'amplitudes faisant intervenir un plus petit nombre de nucléons c'est à dire $A-1$, $(A-2)$ ... 2 corps . Pour ce faire la méthode la plus élégante consiste à fragmenter le courant $J^{+}_{P_A}$ en deux systèmes en utilisant la relation

$$J^{+}_{P_A}(x_0) = \frac{P!\,(A-P)!}{A!} \cdot \frac{A}{A-P} \cdot \sum_{[P][A-P]} \langle [P]\,[A-P] \mid P_A \rangle \; a^{+}_{[P]} \; J^{+}_{[A-P]} \qquad (\text{IV}, 14)$$

ceci fait deux méthodes d'investigation sont encore possibles ; dans le ler on réduit les opérateurs (em) de l'état émergeant au temps zéro et on utilise les relations de commutation au même temps entre les opérateurs a_{P_ρ} et $a^{+}_{[P]}$ données par la relation (II, 30) qui est difficile à calculer dès ρ et P sont > 2 , mais comme nous le désirions , les amplitudes apparaissant font intervenir un nombre de nucléons $< \mathcal{N}$. Dans la seconde méthode nous utilisons les relations de commutation des opérateurs asymptotiques qui sont plus simples que celles de ces mêmes opérateurs au temps zéro du fait que seul subsiste le premier terme de la relation (II, 30) . Nous remplaçons donc dans (IV, 14) l'opérateur $a^{+}_{[P]}$ par l'identité

$$a^{+}_{[P]} = a^{+\,em}_{[P]} - i \int_0^{\infty} J^{+}_{[P]}(x_0)\, dx_0$$

cette méthode conduisant rigoureusement au même résultat que la précédente mais en simplifiant considérablement les calculs . C'est donc cette dernière méthode que nous utiliserons dans la seconde partie de cet exposé . Toute l'analyse d'une amplitude de réaction du type $T_{fi}(E)$ va donc consister à analyser l'état incident du processus et à l'écrire de sorte que l'action des opérateurs obtenus s'effectue rapidement sur l'état émergeant, cette action consistant à analyser l'état final . Une grande latitude reste cependant quant au choix du mode de réduction , c'est à dire le choix du noyau initial à réduire (A ou B) et ensuite la valeur à donner à P dans la formule de fragmentation du courant $J^{+}_{P_A}$. Nous verrons par la suite que ces modes de réduction differents donnent pour (IV, 13) des ensembles d'équations équivalentes , faisant apparaître des mécanismes de réaction différents .

1. 3. Opérateurs de Moller et éléments de matrice T

Considérons l'élément de matrice S_{fi} du processus nucléaire .

$$A + B \longrightarrow M + \nu + \rho \qquad (\text{IV}, 15)$$

soit

$$S_{fi} = {}^{em}\!\langle P_M P_\nu P_\rho \,|\, P_A P_B \rangle^{in} \qquad (\text{IV}, 16)$$

où les P_i sont les quadrivecteurs énergie-impulsion et variables de spin et d'isospin des fragments liés de nombre de masse i . Les états intépendants du temps $|P_M P_\nu P_\rho\rangle^{em}$ $|P_A P_B\rangle^{in}$ sont des états propres de H avec l'énergie propre E du problème

$$H\,|P_M P_\nu P_\rho\rangle^{em} = E\,|P_M P_\nu P_\rho\rangle^{em}$$
$$H\,|P_A P_B\rangle^{in} = E\,|P_A P_B\rangle^{in} \qquad (\text{IV}, 17)$$

considérons maintenant les états libres

$$|P_M P_\nu P_\rho\rangle = a^+_{P_M} a^+_{P_\nu} a^+_{P_\rho} |0\rangle \quad \text{et} \quad |P_A P_B\rangle = a^+_{P_A} a^+_{P_B} |0\rangle \qquad (\text{IV}, 18)$$

obtenus par l'action successive sur le vide des opérateurs $a^+_{P_i}$ ces états qui ne sont pas des états propres de H sont définis à des énergies respectives $E_{M\nu\rho} = P_{M_o} + P_{\nu_o} + P_{\rho_o}$ et $E_{AB} = P_{A_o} + P_{B_o}$. Dans l'étude de ($\text{IV}, 16$) nous ne considérons que les solutions de ($\text{IV}, 17$) telles que

$$E = E_{M\nu\rho} = E_{AB} \qquad (\text{IV}, 19)$$

Dans l'expression ($\text{IV}, 16$) nous réduisons le noyau A au temps zéro , il vient :

$$S_{fi} = {}^{em}\!\langle P_M P_\nu P_\rho \,|\, a^+_{P_A} - i \int_{-\infty}^{o} dx_o \, J^+_{P_A}(x_o) \,|\, P_B \rangle \qquad (\text{IV}, 20)$$

remplaçons maintenant $J^+_{P_A}(x_o)$ par l'expression suivante déduite de ($\text{II}, 9$)

$$J^{+}_{P_A}(x_0) = \left[H, a^{+}_{P_A}(x_0) \right] - E_A\, a^{+}_{P_A}(x_0) \qquad (\text{IV}, 21)$$

où $E_A = P_{A_0}$ est l'énergie totale du noyau A . Appliquons l'invariance par translation et intégrons par rapport au temps (IV,20) s'écrit :

$$S_{fi} = {}^{em}\!< P_\mu P_\nu P_\rho \left| \left(1 + [E - H + i\eta]^{-1} (H - E)\right) \right| P_A P_B > \qquad (\text{IV}, 22)$$

équation qui est à rapprocher de (III,6) .

On peut donc définir un opérateur de Moller pour la partition (A. B)

$$\Omega^{+\,in}_{A,B}(E) = \left\{ 1 + [E - H + i\eta]^{-1} (H - E) \right\}$$

tel que

$$\Omega^{+\,in}_{A,B}(E) \left| P_A P_B \right> = \left| P_A P_B \right>^{in}.$$

cet opérateur se généralise au cas d'un état asymptotique in ou em de partition quelconque, nous avons :

$$\overset{in}{em}\!< [N]_{\alpha\beta\gamma\ldots} \left| \right. = < P_\alpha P_\beta P_\gamma \ldots \left| \Omega^{\overset{in}{em}}_{N(\alpha\beta\gamma\ldots)}(E) \right.$$

avec

$$\Omega^{\overset{in}{em}}_{N(\alpha\beta\gamma\ldots)}(E) = 1 + (H - E)(E - H \mp i\eta)^{-1}$$

où

$$E = E_{\alpha\beta\gamma\ldots} = P_{\alpha_0} + P_{\gamma_0} + P_{\beta_0} + \ldots .$$

Nous avons précédemment défini l'élément de matrice T^{-}_{fi} d'un processus nucléaire par la relation

$$T^{-}_{fi}(E) = {}^{em}\!< P_\mu P_\nu P_\rho \left| J^{+}_{P_A} \right| P_B >$$

Si nous définissons un opérateur $T^{-}(E;AB)$ dont $T^{-}_{fi}(E)$ est l'élément de matrice sur les états libres $|P_A P_B\rangle$ et $|P_\mu P_\nu P_\rho\rangle$ de même énergie E.

$$T^{-}_{fi}(E) = \langle P_\mu P_\nu P_\rho | T^{-}(E;AB) | P_A P_B \rangle$$

en tenant compte de (IV,21) et de (IV,25) nous obtenons

$$T^{-}(E;AB) = \left[1 + (H-E)(E-H+i\eta)^{-1}\right](H-E)$$

qui définit l'opérateur de transition sur la couche d'énergie.
Dans la suite des calculs nous serons amenés à considérer des éléments de matrice tels que

$$T^{-}_{fi}(E,E'';AB) = \langle P_\mu P_\nu P_\rho ; E | \Omega(E'')\,(H - P_{A_0} - P_{B_0}) | P_A P_B \rangle$$

où $P_{A_0} + P_{B_0} \neq E$.

nous conviendrons de considérer ces éléments de matrice comme l'extension hors de la couche d'énergie des éléments de matrices sur couche d'énergie définis par l'équation (IV,28)

Nous ferons apparaître au cours de l'étude des réactions nucléaires des expressions du type $\langle P_{A-N} | J_{P_N} | P_A \rangle$ définies en dehors de la couche d'énergie nous appellerons ces expressions vertex reliant trois états liés . Nous les définirons par l'écriture symbolique suivante :

$$\Lambda^{+}_{A \to (A-N)+N} = \langle P_{A-N} | J_{P_N} | P_A \rangle$$

elles caractérisent la désintégration hors couche d'énergie du noyau A en deux noyaux (A - N) et N . Cette fonction de vertex peut être exprimée en fonction des transformées de Fourier des intégrales de recouvrement des fonctions d'onde des états $|A\rangle$ $|A-N\rangle$ et $|N\rangle$. Elle est en outre reliée à l'élément de matrice de l'opérateur Q_{P_N} par la relation

$$\Lambda^{+}_{A \to (A-N)+N} = \langle P_{A-N} | Q_{P_N} | P_A \rangle \cdot \left(P_{A_0} - P_{(A-N)_0} - P_{N_0}\right)^{-1}$$

on voit donc que la singularité correspondant à la propagation de la particule (N)est complètement extraite de la fonction de vertex .

CONCLUSION

Le formalisme que nous venons de présenter dans le cadre de la deuxième quantification est décrit par un ensemble indépendant d'opérateurs $\overset{in}{(em)}$ ou em d'une ou plusieurs particules .

$$a^{\overset{in}{(em)}}_{\sigma_1} , a^{\overset{in}{(em)}}_{\sigma_{1\ell}} , a^{\overset{in}{(em)}}_{\sigma_{2\ell}} , \ldots\ldots a^{\overset{in}{(em)}}_{\sigma_{N\ell}}$$

introduisant directement les états liés dans la théorie . Nous avons vu que la connaissance de la fonction d'onde interne d'un système σ_N était nécessaire pour pouvoir définir l'opérateur asymptotique correspondant . Nous avons introduit la fragmentation d'un noyau ce qui, ultérieurement , nous sera très utile dans l'investigation des réactions nucléaires complexes et il est évident que les techniques préconisées permettront de traiter naturellement les problèmes de collisions avec réarrangement .

La grande variété des formules de réduction et des modes de réduction vont nous permettre d'obtenir un ensemble d'expressions équivalentes des éléments de la matrice S . Dans les chapitres suivants , nous allons donner la résolution formelle d'exemples simples qui nous permettra d'éclaircir la méthode de calcul que nous avons suggérée au cours des deux derniers chapitres .

IIème Partie

ETUDE FORMELLE DES REACTIONS NUCLEAIRES

CHAPITRE V

ETUDE DU PROBLEME A TROIS CORPS

§ 1. Détermination des équations intégrales linéaires des diffusions élastiques et inélastiques Nucléon-Deutérium

1.1. Introduction

Dans ce chapitre nous allons donner un exemple d'application de la méthode de calcul exposée dans la première partie de cet ouvrage . Le cas du problème à trois corps est particulièrement intéressant du fait qu'il fait intervenir un petit nombre de nucléons , et son étude est fondamentale pour le problème des forces nucléaires

De nombreux auteurs (R:14, 15, 16, 17, 18, 19) étudièrent cette question dans le courant de ces dernières années . Citons en particulier L. D. FADDEEV (R,14) qui démontra que les fonctions propres du Hamiltonien d'un système $\mathcal{G}_3$ ne considérant que des interactions à deux corps , pouvait être représentée par la somme de trois termes , chacun d'eux étant déterminé par un ensemble d'équations couplées pouvant être décrites en termes de solution du problème à deux corps - contrairement aux équations obtenues à partir de la théorie de Lippmann-Schwinger , leur solution est unique . Un ensemble d'équations intégrales analogues à celles de Faddeev a également été obtenu par KOMAROV et POPOVA (R,15,16) en utilisant une technique de sommation des graphs de Feynman non relativistes (R,20,21,22) préconisée par KA-TER-MARTIROSYAN (R,23).

Dans le premier paragraphe de ce chapitre nous déterminons les équations intégrales linéaires (N.D.) . Dans le second nous déterminons une méthode simple pour effectuer les itérations des équations intégrales . Dans le troisième nous donnons une représentation graphique aux équations intégrales et nous montrons l'isomorphisme entre l'algèbre graphique et l'algèbre littérale .

1.2. Détermination de l'élément de matrice $U^{+}_{K_1 K_2}(P_3; P_3' P_d')$

Soit P_1' et P_d' les quadrivecteurs énergie impulsion et l'ensemble des variables de spin et d'isospin caractérisant respectivement le nucléon et le deutérium incident et de même soit $[3]_\rho$ l'ensemble des variables caractérisant le système $\mathcal{G}_3$ possédant une partition ρ que nous préciserons ultérieurement suivant la nature de la réaction nucléaire étudiée . Dans le problème à 3 corps il n'y a qu'un seul état

physique incident réaliste , c'est l'état incident $|P_1' P_d'\rangle^{in}$. Nous envisagerons donc les différentes réactions nucléaires possibles à partir de cet état initial à savoir , la diffusion élastique et inélastique Nucléon-deutérium ayant respectivement pour état final $|P_1 P_d\rangle^{em}$ et $|P_1 P_2 P_3\rangle^{em}$.

L'élément de matrice S d'un tel processus s'écrit :

$$S_{P_1'+P_d' \to [3]_P} = {}^{em}\langle [3]_P | P_d' P_1' \rangle^{in} \qquad (V, 1a)$$

dans le cas de la diffusion élastique ( ) s'écrit :

$$S_{P_1'+P_d' \to P_1+P_d} = {}^{em}\langle P_1 P_d | P_1' P_d' \rangle^{in} \qquad (V, 1b)$$

réduisons le deutérium de l'état émergeant en utilisant les formules définies dans les chapitres précédents . Nous déterminons ainsi l'élément de matrice T^+ du processus qui s'écrit :

$$T^+_{P_1'+P_d' \to P_1+P_d}{}^{(E)} = \langle P_1 | J_{P_d} | P_1' P_d' \rangle^{in} \qquad (V, 2)$$

où E est l'énergie du problème . Si nous voulons faire apparaitre la structure microscopique du deutérium , il nous faut exprimer le courant J_{P_d} , en fonction des courants élémentaires . Remplaçons donc dans (V, 2) J_{P_d} par son expression tirée de (II, 16) :

$$T^+_{P_1'+P_d' \to P_1+P_d}{}^{(E)} = \int d^3K_1 \, d^3K_2 \, \langle P_1 | J_{K_1} a_{K_2} | P_1' P_d' \rangle^{in} \langle P_d | K_2 K_1 \rangle \qquad (V, 3)$$

où $\langle P_d | K_2 K_1 \rangle$ représente la fonction d'onde du deutérium .
Dans le cas de la diffusion inélastique , (V, 1a) s'écrit :

$$S_{P_1'+P_d' \to P_1+P_2+P_3} = {}^{em}\langle P_1 P_2 P_3 | P_1' P_d' \rangle^{in}$$

et en réduisant le couple (P_2, P_3) , nous déterminons l'élément de matrice T^+ du processus qui s'écrit :

$$T^+_{P_1'+P_d' \to P_1+P_2+P_3}{}^{(E)} = \langle P_1 | J_{P_2 P_3\, em} | P_1' P_d' \rangle^{in}$$

qui s'écrit encore

$$T^+_{P_1'+P_d' \to P_1+P_2+P_3}{}^{(E)} = \int d^3K_1 \, d^3K_2 \, \langle P_1 | J_{K_1} a_{K_2} | P_1' P_d' \rangle^{in} \, {}^{em}\langle P_2 P_3 | K_2 K_1 \rangle \qquad (V, 4)$$

en comparant les équations (V,3) et (V,4) nous voyons que l'étude des éléments de matrice T^+ des diffusions élastiques et inélastiques (N. D) consiste à étudier l'élément de matrice commun ,

$$U^+_{K_1K_2}(P_1;P_1'P_d') = \langle P_1 | J_{K_1} a_{K_2} | P_1'P_d' \rangle^{in}$$

et d'effectuer les opérations définies dans les équations (V,3) et (V, 4) pour obtenir respectivement les amplitudes de transition élastiques et inélastiques N. D.

1. 3. Détermination de l'équation intégrale de $U^+_{K_1K_2}(P_1;P_1'P_d')$.

Pour déterminer cette équation intégrale , nous utiliserons la méthode préconisée dans le chapitre précédent ; soit remplacer l'opérateur a_{K_2} par son expression :

$$a_{K_2} = a^{in}_{K_2} - i\int_{-\infty}^{0} dx_0\, J_{K_1}(x_0)$$

Nous obtenons après intégration sur x_0

$$U^+_{K_1K_2}(P_1;P_1'P_d') = \langle P_1 | J_{K_1} a^{in}_{K_2} | P_1'P_d' \rangle^{in} + \langle P_1 | J_{K_1} (E-k_{20}-H+i\eta)^{-1} J_{K_2} | P_1'P_d' \rangle^{in} \qquad (V,5)$$

Nous conviendrons de représenter le premier terme de cette équation par $U^+_{K_1K_2^*}(P_1;P_1'P_d')$ l'astérisque indiquant l'opérateur asymptotique et par $G^+(E-k_{20})$ la résolvante $(E-k_{20}-H+i\eta)^{-1}$. Projetons maintenant à gauche de J_{K_2} sur la base complète des états de σ_2 , en tenant compte de la relation ( ) l'équation (V,5) s'écrit

$$U^+_{K_1K_2}(P_1;P_1'P_d') = U^+_{K_1K_2^*}(P_1;P_1'P_d') + \sum_{[2]} \langle P_1 | J_{K_1} G^+(E-k_{20}) | [2] \rangle \langle K_2 | J_{[2]} | P_1'P_d' \rangle^{in} \qquad (V,6)$$

exprimons le courant $J_{[2]}$ en deux fragments et sommons sur les états de σ_2 . Nous obtenons :

$$U^+_{K_1K_2}(P_1;P_1'P_d') = U^+_{K_1K_2^*}(P_1;P_1'P_d') + \int d^3q_1 d^3q_2 \langle P_1 | J_{K_1} G^+(E-k_{20}) | q_2q_1 \rangle \langle K_2 | J_{q_1} a_{q_2} | P_1'P_d' \rangle^{in} \qquad (V,7)$$

nous retrouvons à l'extrême droite de cette équation une amplitude de même structure que celle dont nous sommes partis mais avec des indices différents . Exprimons enfin la fonction de Green totale $G^+(E-k_{20})$ en fonction de la fonction de Green libre $G^+_{0\rho'}(E-k_{20})$ avec pour ρ' la partition $\{1,1\}$ de l'état $|q_2q_1\rangle$.

$$G^{+}(E-k_{2o}) = \Omega^{+\,in}_{p'}(E-k_{2o})\; G^{+}_{0p'}(E-k_{2o}) \,. \qquad (V,8)$$

l'équation (V,7) s'écrit alors :

$$U^{+}_{K_1K_2}(P_1;P_1'P_d') = U^{+}_{K_1K_2^{*}}(P_1;P_1'P_d') + \int d^3Q_1\, d^3Q_2\; T^{+\,(E-k_{2o})}_{Q_1+Q_2\to P_1+K_1} \cdot (E-k_{2o}-q_{1o}-q_{2o}+i\eta)^{-1}\; U^{+}_{Q_1Q_2}(K_2;P_1'P_d') \qquad (V,9)$$

où $T^{+\,(E-k_{2o})}_{Q_1+Q_2\to P_1+K_1}$ est l'élément de matrice T^{+} à deux corps hors de la couche d'énergie . Pour donner à (V,9) sa forme définitive il nous suffit d'expliciter $U^{+}_{K_1K_2^{*}}(P_1,P_1'P_d')$ en effectuant l'action de $a^{in}_{K_2}$ sur l'état incident : il vient

$$U^{+}_{K_1K_2^{*}}(P_1,P_1'P_d') = \langle P_1 | J_{K_1}\, a^{in}_{K_2} | P_1'P_d' \rangle^{in} = \delta(K_2-P_1')\,\Lambda_{P_d'\to P_1+K_1}$$

ou $\Lambda_{P_d'\to P_1+K_1}$ est le vertex de désintégration du deutérium. L'équation intégrale linéaire de $U^{+}_{K_1K_2}(P_1;P_d'P_1')$ s'écrit donc

$$U^{+}_{K_1K_2}(P_1;P_1'P_d') = \delta(K_2-P_1')\,\Lambda_{P_d'\to P_1+K_1} + \int d^3Q_1\, d^3Q_2\; \frac{T^{+\,(E-k_{2o})}_{Q_1+Q_2\to P_1+K_1} \cdot U^{+}_{Q_1Q_2}(K_2;P_1'P_d')}{(E-k_{2o}-q_{1o}-q_{2o}+i\eta)} \qquad (V,10)$$

L'équation (V,10) est équivalente aux équations de Faddeev (R .14) comme il est facile de le vérifier . En tenant compte des équations (V,3) et (V,5) nous pouvons calculer les amplitudes de transition élastique et inélastique de la diffusion nucléon-deutérium ; soit :

$$T^{+\,(E)}_{P_1'+P_d'\to P_1+P_d} = \int d^3K_1\; \frac{\Lambda^{*}_{K_1+P_1'\to P_d}\cdot\Lambda_{P_d'\to P_1+K_1}}{(P_{d_o}-k_{1o}-P_{1o}'+i\eta)} + \int d^3Q_1\, d^3Q_2\, d^3K_1\, d^3K_2 \cdot \frac{\Lambda^{*}_{K_1+K_2\to P_d}}{(P_{d_o}-k_{1o}-k_{2o}+i\eta)} \cdot \frac{T^{+\,(E-k_{2o})}_{Q_1+Q_2\to P_1+K_1}\cdot U^{+}_{Q_1Q_2}(K_2,P_1'P_d')}{(E-k_{2o}-q_{1o}-q_{2o}+i\eta)} \,. \qquad (V,13)$$

et

$$T^{+\,(E)}_{P_1'+P_d'\to P_1+P_2+P_3} = \int d^3K_1\; {}^{em}\!\langle P_2P_3 | K_2K_1\rangle\,\Lambda_{P_d'\to P_1+K_1} + \int d^3Q_1\, d^3Q_2\, d^3K_1\, d^3K_2\; {}^{em}\!\langle P_2P_3 | K_2K_1\rangle \cdot \frac{T^{+\,(E-k_{2o})}_{Q_1+Q_2\to P_1+K_1}\cdot U^{+}_{Q_1Q_2}(K_2;P_1'P_d')}{(E-k_{2o}-q_{1o}-q_{2o}+i\eta)} \,.$$

où ${}^{em}\!\langle P_2P_3 | K_2K_1\rangle$ représente la fonction d'onde de diffusion de deux particules dans l'espace des moments .

Les équations ainsi obtenues nous montrent qu'un des objectifs que nous nous étions fixé a été atteint ; à savoir exprimer une amplitude de réaction d'un processus nucléaire donné en termes de processus faisant intervenir un nombre moindre de nucléons . Si nous itérons les équations (V,13) et (V,14) en utilisant l'équation intégrale (V,9) chacun des termes des développements obtenus correspondent à des mécanismes physiques différents et de complexité plus grande au fur et à mesure qu'ils ont été obtenus par une itération d'ordre plus élevé .

Ainsi le terme du premier ordre de l'équation (V,13) correspond à un processus de pick up . Le deutérium incident (P'_d) se désintègre en deux particules (P_1) et (K_1) , la première est directement mesurée dans la voie de sortie tandisque la seconde virtuelle se propage (le propagateur est caractérisé par la fonction de Green ($P'_{d_0} - k_{1_0} - P_{1_0} + i\eta$)$^{-1}$ puis se combine avec le nucléon (P'_1) pour former le deutérium émergeant .

Dans l'expression analytique de ce mécanisme de pick up il apparait ce dénominateur qui est absent dans les facteurs de forme habituels qui décrivent ce mécanisme cela vient du fait que les fonctions de vertex que nous avons introduites dans la théorie ne possèdent plus de singularités cinématiques correspondant à la propagation des particules virtuelles échangées alors que les facteurs de forme usuels les contiennent . Cette particularité est sans importance si les facteurs de forme sont déterminés avec des fonctions d'onde possédant un comportement asymptotique correct comme les exponentielles ou les fonctions d'onde du type de Hulthën , mais dans le cas des fonctions d'onde gaussiennes (quand on suppose que le noyau est correctement décrit par un modèle des couches défini à partir d'un puits de potentiel harmonique) , cette singularité n'existe pas et la distribution angulaire du processus n'aura plus la même forme . Car dans de nombreuses réactions la forme de la distribution angulaire est déterminée par cette singularité cinématique.

Dans un paragraphe ultérieur nous donnerons à (V,13) et (V,14) une représentation graphique qui nous permettra de visualiser les mécanismes physiques correspondant aux différents termes du développement . Ces graphes constitueront un instrument de travail élégant et pratique dans le cas où les réactions étudiées font intervenir un grand nombre de nucléons .

1.4. Itération littérale de l'équation intégrale (V,9)

Le principe de l'itération littérale est très simple , nous effectuons sur le noyau intégral $U^+_{Q_1 Q_2}(K_2 ; P'_1 P'_d)$ la même opération que nous avions initialement effectuée sur l'amplitude $U^+_{K_1 K_2}(P_1, P'_1 P'_d)$; à savoir rempla-

cer l'opérateur a_{Q_2} par son expression

$$a_{Q_2} = a^{in}_{Q_2} - i\int_{-\infty}^{0} J_{Q_2}(x_0)\,dx_0$$

et de suivre la même technique de calcul que celle précédemment exposée. Il est alors facile de montrer qu'au cours des itérations successives il n'apparait jamais de termes non connexes . Remarquons que les itérations se font toujours indépendamment de l'état incident $|P'_1 P'_d\rangle^{in}$; les opérations effectuées consistant à amener à gauche de cet état un opérateur asymptotique (in) sur lequel il agira directement . Dans la pratique il nous suffira de remplacer le noyau intégral de l'équation (V,9) par une expression analogue à (V,9) avec des indices convenables . Effectuons la première itération nous avons :

$$U^{+}_{K_1K_2}(P_1;P'_1P'_d) = U^{+}_{K_1K_2^{*}}(P_1;P'_1P'_d) + \int d^3Q_1\,d^3Q_2\; T^{+}_{Q_1+Q_2\to P_1+K_1}(E-k_{2o})\cdot G^{+}(E-k_{2o}-q_{1o}-q_{2o})\,U^{+}_{Q_1Q_2^{*}}(K_2;)$$

$$+\int d^3Q_1\,d^3Q_2\,d^3Q'_1\,d^3Q'_2\; T^{+}_{Q_1+Q_2\to P_1+K_1}(E-k_{2o})\,G^{+}(E-k_{2o}-q_{1o}-q_{2o})\,T^{+}_{Q'_1+Q'_2\to K_2+Q_1}(E-q_{2o})\,G^{+}(E-q_{2o}-q'_{1o}-q'_{2o})\,U^{+}_{Q'_1Q'_2}(Q_2;P'_1P'_d) \qquad (V,15)$$

soit en remplaçant $U^{+}_{K_1K_2^{*}}(P_1;P'_1P'_d)$ par son expression

$$U^{+}_{K_1K_2}(P_1;P'_1P'_d) = \delta(K_2-P'_1)\,\Lambda_{P'_d\to P_1+K_1} + \int d^3Q_1\; T^{+}_{Q_1+P'_1\to P_1+K_1}(E-k_{2o})\cdot G^{+}(E-k_{2o}-q_{1o}-P'_{1o})\,\Lambda_{P'_d\to Q_1+K_2}$$

$$+\int d^3Q_1\,d^3Q_2\,d^3Q'_1\,d^3Q'_2\; T^{+}_{Q_1+Q_2\to P_1+K_1}(E-k_{2o})\cdot G^{+}(E-k_{2o}-q_{1o}-q_{2o})\,T^{+}_{Q'_1+Q'_2\to K_2+Q_1}(E-q_{2o})\cdot G^{+}(E-q_{2o}-q'_{1o}-q'_{2o})$$

$$\times\, U^{+}_{Q'_1Q'_2}(Q_2;P'_1P'_d)\,. \qquad (V,16)$$

1. 5. Approximation d'impulsion

Dans le cas de la diffusion élastique (N. D.) déterminons l'élément de matrice T^{+} correspondant au deuxième terme de l'équation (V,15) il vient :

$$i\,T^{+}_{P'_1+P'_d\to P_1+P_d}(E) = \int d^3Q_1\,d^3K_1\,d^3K_2\cdot \frac{\Lambda^{*}_{K_1+K_2\to P_d}\cdot T^{+}_{Q_1+P'_1\to P_1+K_1}(E-k_{2o})\cdot \Lambda_{P'_d\to K_2+Q_1}}{(E-k_{2o}-q_{1o}-q_{2o}+i\eta)(P'_{do}-q_{1o}-P'_{1o}+i\eta)} \qquad (V,17)\,.$$

Exprimons cette équation en fonction des amplitudes hors couche d'énergie et d'impulsion en appliquant les règles de passage suivantes :

$$\Lambda_{P'_d \to K_2 + Q_1} = (2\pi)^3 \, \Gamma_{P'_d \to K_2 + Q_1} \cdot \delta(\vec{P}'_d - \vec{k}_2 - \vec{q}_1)$$

$$T^+_{Q_1 + P'_1 \to P_1 + K_1}(E - k_{20}) = (2\pi)^3 \, M^+_{Q_1 + P'_1 \to P_1 + K_1}(E - k_{20}) \cdot \delta(\vec{q}_1 + \vec{P}'_1 - \vec{P}_1 - \vec{k}_1) \qquad (V, 17.a)$$

nous obtenons

$$\mathcal{S}^- M^+_{P'_1 + P'_d \to P_1 + P_d}(E) = (2\pi)^6 \int_{\beta_{K_2} \beta_{Q_1}} d^3K_1 \cdot \frac{\Gamma^*_d(\vec{k}') \, M^+_{Q_1 + P'_1 \to P_1 + K_1}(E - k_{20}) \cdot \Gamma_d(\vec{k})}{\left(\frac{\vec{k}'^2}{m} + \varepsilon_d\right)\left(\frac{\vec{k}^2}{m} + \varepsilon_d\right)} \qquad (V, 18)$$

avec $\vec{k} = \vec{P}_d - \vec{k}_1 - \vec{P}'_d$ et $\vec{k}' = \frac{\vec{P}_d}{2} - \vec{k}_1$

expression qui peut encore se mettre sous la forme

$$\mathcal{S}^- M^+_{P'_1 + P'_d \to P_1 + P_d}(E) = (2\pi)^6 \int d^3K_1 \, d^3Q_1 \, d^3K_2 \, \delta(\vec{P}'_d - \vec{q}_1 - \vec{k}_2)\left(\delta(\vec{P}_d - \vec{k}_1 - \vec{k}_2)\right.$$

$$\times \frac{\Gamma^*_d\left(\frac{\vec{P}_d}{2} - \vec{k}_1\right) M^+_{Q_1 + P'_1 \to P_d + K_2}(E - k_{20}) \, \Gamma_d\left(\frac{\vec{P}'_d}{2} - \vec{q}_1\right)}{\left(\frac{1}{m}\left(\frac{\vec{P}_d}{2} - \vec{k}_1\right)^2 + \varepsilon_d\right)\left(\frac{1}{m}\left(\frac{\vec{P}'_d}{2} - \vec{q}_1\right)^2 + \varepsilon_d\right)} \qquad (V, 19)$$

si dans les équations (V.17) et (V.19) nous faisons l'approximation

$$T^+(E - k_{20}) \simeq T^+(E) \quad \text{et} \quad M^+(E - k_{20}) \simeq M^+(E)$$

nous retrouvons l'expression analytique de l'amplitude de diffusion nucléon deutérium calculée dans l'approximation d'impulsion. L'équation intégrale (V,9) nous permet d'accéder directement à l'approximation d'impulsion en calculant le terme de la première itération.

§ 2. Représentation graphique de l'équation intégrale de $U^{+}_{K_1 K_2}(P_1, P_1' P_d')$.

L'équation intégrale (V,9) peut se représenter par le graph de la figure (V.1) dans lequel les boules traduisent les opérateurs T et les traits horizontaux les systèmes de particules intervenant dans les réactions . Les carrés représentent les opérateurs du type

$$U^{+}_{K_1 K_2} = J_{K_1} a_{K_2}$$

à l'intérieur du carré sont représentés d'une part le signe (+) caractérisant la nature de l'opérateur , d'autre part les indices K_1 et K_2 caractérisant l'opérateur .

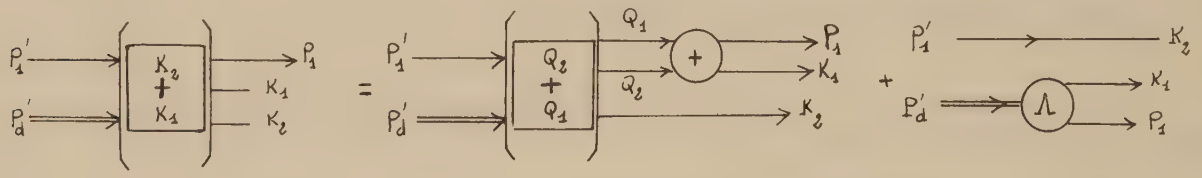


Figure V-1.

les vertex sont représentés par une boule et le sigle Λ à l'intérieur

l'itération graphique de cette équation est immédiate , remarquons que le vertex Λ ne connecte jamais les lignes dont les indices se trouvent dans le noyau d'itération . Nous obtenons ainsi :

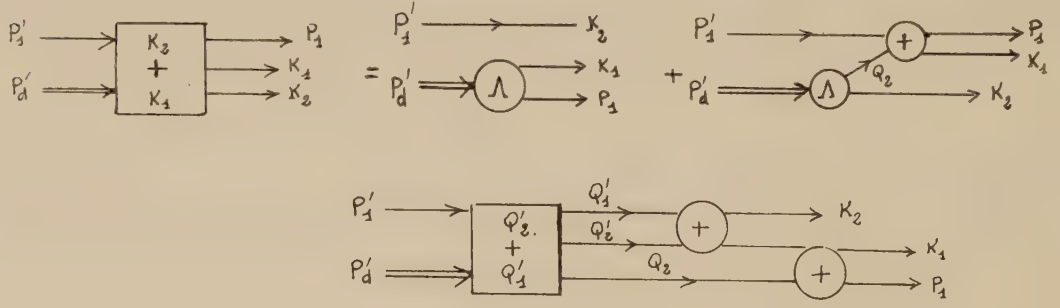


Figure V-2

avec pour convention de sommer sur toutes les variables intermédiaires . Nous pouvons maintenant donner la représentation graphique de l'élément de matrice de transition .

a) Cas de la diffusion élastique

L'élément de matrice $T^{+(E)}_{P'_1+P'_d \to P_1+P_d}$ est donné par l'équation (V.3) exprimons la fonction d'onde du deutérium en fonction du vertex $\Lambda_{K_1+K_2 \to P_d}$ il vient :

$$T^{+(E)}_{P'_1+P'_d \to P_1+P_d} = \int d^3K_1\, d^3K_2\; U^{+}_{K_1K_2}(P_1;P'_1P'_d)\; (P_{d_0}-k_{1_0}-k_{2_0})^{-1}\, \Lambda_{K_1+K_2 \to P_d} \quad .$$

d'où nous déduisons l'équation graphique suivante (fig V,3)

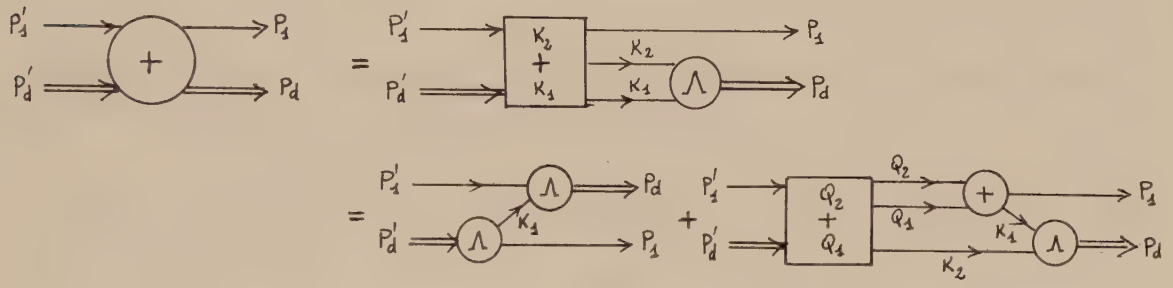


Figure V- 3.

cette équation graphique nous permet en tenant compte de l'équation intégrale de la figure V.1 d'obtenir la décomposition de $T^{+(E)}_{P'_1+P'_d \to P_1+P_d}$ en mécanismes physiques à deux corps à n'importe quel ordre .

b) Cas de la diffusion inélastique

Dans le cas de la diffusion inélastique , l'équation graphique de l'élément de matrice $T^{+(E)}_{P'_1+P'_d \to P_1+P_2+P_3}$ s'écrit :

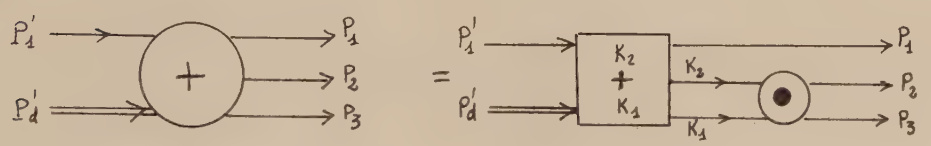


Figure V-4. : Ecriture graphique de la relation (V,5)

où le cercle pointé est l'écriture conventionnelle d'une fonction d'onde de diffusion .

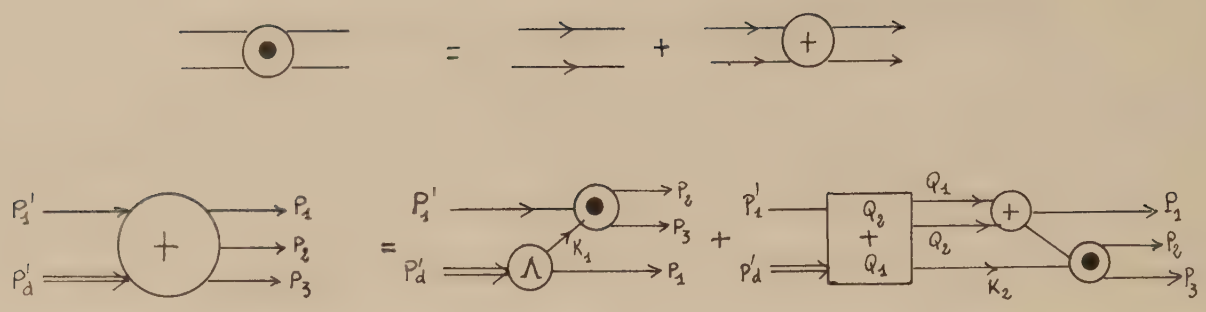
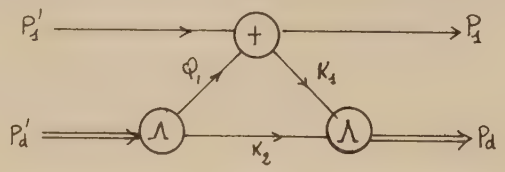


Figure V-5.

Les développements graphiques que nous avons obtenus ne constitu ent pas seulement une représentation schématique des mécanismes virtuels apparaissant dans un processus nucléaire donné . En tenant compte du Code (tableau V a) on est en mesure de déterminer l'expression analytique d'un graphe sans ambiguité quelque soit son ordre dans le développement de l'équation intégrale . L'algèbre graphique est isomorphe de l'algèbre littérale que nous avons exposée dans les paragraphes précédents et on peut vérifier en appliquant les règles sur les expressions littérales associées à chaque vertex que la forme analytique du graphe suivant :



est bien représentative de l'expression analytique (V,17).

Nous avons montré que l'amplitude de diffusion élastique ou inélastique de la réaction nucléon sur deutérium était déterminée par des équations intégrales linéaires dont les développements s'exprimaient en termes de mécanismes virtuels faisant intervenir des amplitudes de réaction à deux corps . Dans l'analyse pratique d'un processus on sera amené suivant le cas à calculer un ou plusieurs termes des développements exacts obtenus dans la résolution formelle . La limitation du développement à un ou plusieurs graphes suppose donc la connaissance d'un critère pour pondérer les graphes les uns par rapport aux autres . Un critère est par exemple l'analyse des singularités cinématiques des propagateurs associés aux particules virtuelles sans préjuger des variations des différents vertex apparaissant dans le graphe considéré. Cette analyse qui est nécessaire dans l'étude des graphes de Feynman n'est qu'informative dans notre cas.

CHAPITRE VI

ETUDE DU PROBLEME A 4 CORPS

§ 1. Détermination des équations intégrales .

1.1 Généralités

Dans le problème à 4 corps, il n'existe que deux voies incidentes réalistes ; la diffusion deutérium-deutérium et la diffusion nucléon tritium ou hélium trois . Nous n'étudierons que les réactions nucléaires qui peuvent être réalisées à partir de ces états incidents . Après réactions il existe 4 voies possibles .

a) $|P_{d_1} P_{d_2}\rangle^{em}$ - deux deutériums émergents

b) $|P_1 P_T\rangle^{em}$ - 1 nucléon 1 tritium (ou He^3)

c) $|P_1 P_2 P_d\rangle^{em}$ - 2 nucléons 1 deutérium

d) $|P_1 P_2 P_3 P_4\rangle^{em}$ - 4 nucléons

Nous allons rechercher s'il est possible de déterminer comme dans le problème à 3 corps une ou plusieurs équations intégrales nous permettant de calculer toutes les amplitudes de réactions du problème à 4 corps . Dans le cas présent nous avons deux états incidents possibles et par conséquent nous aurons au minimum deux équations intégrales sur des fonctions différentes .

Analysons toutes les réactions ayant $|P_{d_1} P_{d_2}\rangle^{in}$ pour état incident , et écrivons les éléments de matrice T^+ de chacun des processus .

$$T^{+(E)}_{P_{d_1}+P_{d_2}\to P'_{d_1}P'_{d_2}} = \int d^3K_1\, d^3K_2 \langle P'_{d_1}|J_{K_1} a_{K_2}|P_{d_1}P_{d_2}\rangle^{in} \cdot \langle P'_{d_2}|K_2K_1\rangle , \qquad (VI,1)$$

$$T^{+(E)}_{P_{d_1}+P_{d_2}\to P'_1+P'_2+P'_d} = \int d^3K_1\, d^3K_1 \langle P'_d|J_{K_1} a_{K_2}|P_{d_1}P_{d_2}\rangle^{in} \cdot \langle P'_1P'_2|K_2K_1\rangle , \qquad (VI,2)$$

$$T^{+(E)}_{P_{d_1}+P_{d_2}\to P'_1+P'_T} = \int d^3Q_1 \sum_{[\varepsilon]} \langle P'_1|J_{Q_1} a_{[\varepsilon]}|P_{d_1}P_{d_2}\rangle^{in} \cdot \langle P_T|a^+_{Q_1}|[\varepsilon]\rangle \qquad (VI,3)$$

$$T^{+\,(E)}_{P_{d_1}+P_{d_2}\to P'_1+P'_2+P'_3+P'_4} = \int d^3Q_1 \sum_{[2]} \langle P'_1 | J_{Q_1} a_{[2]} | P_{d_1} P_{d_2} \rangle^{in} \langle P'_1 P'_2 P'_3 | a^+_{Q_1} | [2] \rangle \qquad (VI,4).$$

Voie incidente $|P_1 P_T\rangle^{in}$

$$T^{+\,(E)}_{P_1+P_T\to P'_{d_1}+P'_{d_2}} = \int d^3K_1 d^3K_2 \langle P'_{d_1} | J_{K_1} a_{K_2} | P_1 P_T \rangle^{in} \cdot \langle P'_{d_2} | K_2 K_1 \rangle \,, \qquad (VI,5)$$

$$T^{+\,(E)}_{P_1+P_T\to P'_1+P'_2+P'_d} = \int d^3K_1 d^3K_2 \langle P'_d | J_{K_1} a_{K_2} | P_1 P_T \rangle^{in} \cdot \langle P'_1 P'_2 | K_2 K_1 \rangle \,, \qquad (VI,6)$$

$$T^{+\,(E)}_{P_1+P_T\to P'_1+P'_T} = \int d^3Q_1 \sum_{[2]} \langle P'_1 | J_{Q_1} a_{[2]} | P_1 P_T \rangle^{in} \langle P'_T | a^+_{Q_1} | [2] \rangle \qquad (VI,7)$$

$$T^{+\,(E)}_{P_1+P_T\to P'_1+P'_2+P'_3+P'_4} = \int d^3Q_1 \sum_{[2]} \langle P'_1 | J_{Q_1} a_{[2]} | P_1 P_T \rangle^{in} \langle P'_1 P'_2 P'_3 | a^+_{Q_1} | [2] \rangle \qquad (VI,8)$$

nous avons donc 4 types d'éléments de matrices à calculer soit avec les conventions d'écriture déjà précisées dans le chapitre précédent :

a) $U^+_{K_1K_2}(P'_d; P_{d_1}P_{d_2})$; b) $U^+_{Q_1[2]}(P'_1; P_{d_1}P_{d_2})$; c) $U^+_{K_1K_2}(P'_d; P_1P_T)$; d) $U^+_{Q_1[2]}(P'_1; P_1P_T)$.

où nous avons posé : $U^+_{K_1K_2}(P'_d; P_{d_1}P_{d_2}) = \langle P'_d | J_{K_1} a_{K_2} | P_{d_1} P_{d_2} \rangle^{in}$

La méthode utilisée pour déterminer les équations intégrales de ces expressions est la même que celle employée dans le problème à 3 corps . Comme nous le vérifierons plus loin , cette méthode est générale . Aussi pour ne pas effectuer plusieurs fois les mêmes calculs , nous allons faire une étude systématique de cette opération que nous particulariserons ensuite suivant les problèmes .

Pour ce faire nous introduisons un opérateur $U^+_{[A-N][N]}([B];[P]$ avec $B = P-A$, P étant le nombre de nucléons total et n un nombre quelconque inférieur à 4.

Le cas du problème à trois corps est donné par :

$$A=2 \quad n=1 \quad [B]=1 \quad P=3.$$

celui du problème à 4 corps est aussi donné par :

$P = 4 \qquad A = 3 \text{ ou } 2 \qquad \alpha = 1 \text{ ou } 2 \qquad \beta = 1 \text{ ou } 2$

1.2. Etude de l'opérateur $\hat{U}^{+}_{[A-N][N]} \, |\Lambda(E)\rangle$.

Soit $|\Lambda(E)\rangle$ un état propre de H d'énergie E, l'opérateur $U^{+}_{[A-N][N]} |\Lambda(E)\rangle$ que nous appelerons opérateur de transition s'écrit

$$U^{+}_{[A-N][N]} |\Lambda(E)\rangle = \frac{A}{A-N} \cdot \frac{N!\,(A-N)!}{A!} \; J_{[A-N]} \, a_{[N]} \, |\Lambda(E)\rangle \qquad (\text{VI},9)$$

En prenant les éléments de matrice de cet opérateur, on retrouve la généralisation des fonctions U^{+} introduites dans les problèmes à trois et quatre corps.

Remplaçons dans (VI,9) $a_{[N]}$ par $a^{in}_{[N]} - i \int_{-\infty}^{0} dx_0 \, J_{[N]}(x_0)$ il vient :

$$\hat{U}^{+}_{[A-N][N]} |\Lambda(E)\rangle = \left(\hat{U}^{+}_{[A-N][N]*} + J_{[A-N]} (E - E_{[N]} - H + i\eta)^{-1} J_{[N]} \right) |\Lambda(E)\rangle \qquad (\text{VI},10)$$

projetons à droite de la résolvante sur les états de σ_{P-N} il vient en exprimant le courant $J_{[P-N]}$ sous forme de 2 fragments $[M]$ et $[P-N-M]$ (formule (II,22))

$$\hat{U}^{+}_{[A-N][N]} |\Lambda(E)\rangle = \Big(\hat{U}^{+}_{[A-N][N]*} + \sum_{[P-N][M][P-N-M]} \cdot \frac{P-N}{(P-N-M)} \cdot \frac{M!\,(P-N-M)!}{(P-N)!} \; J_{[A-N]}$$

$$(E - E_{[N]} - H + i\eta)^{-1} \, |[P-N]\rangle\langle[P-N]| \, a^{+}_{[P-N-M]} |[M]\rangle\langle[N]| \, J_{[P-N-M]} \, a_{[M]} \Big) \, |\Lambda(E)\rangle \qquad (\text{VI},11)$$

En sommant sur $[P-N]$ et en exprimant la fonction de Green totale $(E - E_{[N]} - H + i\eta)^{-1}$ en fonction de Green libre des fragments de l'état $|\,[P-N-M], [M]\rangle$ nous obtenons :

$$\hat{U}^{+}_{[A-N][N]} |\Lambda(E)\rangle = \Big(\hat{U}^{+}_{[A-N][N]*} + \sum_{[M][P-N-M]} J_{[A-N]} \cdot \Omega^{+in}_{M,(P-M)} (E - E_{[N]}) \cdot |[M][P-N-M]\rangle \cdot$$

$$\cdot \frac{\langle[N]| \, \hat{U}^{+}_{[P-N-M][M]}}{(E - E_{[N]} - E_{[M]} - E_{[P-N-M]} + i\eta)} \Big) \, |\Lambda(E)\rangle \, .$$

$$(\text{VI},12)$$

c'est l'équation cherchée - (il est très facile de voir que dans le cas du problème à 3 corps $P = 3$ et pour le mode de réduction choisi $A = 2$ on retrouve l'équation intégrale unique précédemment étudiée.) Dans le cas du problème à 4 corps $P = 4$ différents cas sont possibles.

1er cas $A = 2 \quad \beta = 2 \quad N = 1$

$$\hat{U}^{+}_{K_1 K_2} |\Lambda(E)\rangle = \hat{U}^{+}_{K_1 K_2 *} |\Lambda(E)\rangle + \sum_{[M][3-M]} J_{K_1} \, \Omega^{+in}_{M,(3-M)} (E - k_{20}) \frac{|[M][3-M]\rangle\langle K_2|}{(E - k_{20} - E_M - E_{(3-M)} + i\eta)} \hat{U}^{+}_{[3-M][M]} |\Lambda(E)\rangle$$

VI.13

Si $M = 1$

$$\hat{U}^{+}_{K_1K_2}|\Lambda(E)\rangle = \hat{U}^{+}_{K_1K_2^*}|\Lambda(E)\rangle + \int d^3q_1 \sum_{[2]} J_{K_1}\,\Omega^{+in}_{1,2}(E-k_{20})\,\frac{|q_1[2]\rangle\langle K_2|}{(E-k_{20}-q_{10}-E_{[2]}+i\eta)}\cdot\hat{U}^{+}_{[2]q_1}|\Lambda(E)\rangle \qquad (VI,14)$$

si $M = 2$

$$\hat{U}^{+}_{K_1K_2}|\Lambda(E)\rangle = \hat{U}^{+}_{K_1K_2^*}|\Lambda(E)\rangle + \sum_{[2]}\int d^3q_1\, J_{K_1}\,\Omega^{+in}_{1,2}(E-k_{20})\,\frac{|[2]q_1\rangle\cdot\langle K_2|}{(E-k_{20}-q_{10}-E_{20}+i\eta)}\,\hat{U}^{+}_{q_1[2]}|\Lambda(E)\rangle \qquad (VI,15)$$

2ème cas $A=3\ B=1\ N=1$

$M = 1$

$$\hat{U}^{+}_{[2]K_2}|\Lambda(E)\rangle = \hat{U}^{+}_{[2]K_2^*}|\Lambda(E)\rangle + \sum_{[2]_1}\int d^3q_2\, J_{[2]}\,\Omega^{+in}_{1,2}(E-k_{20})\,\frac{|q_2[2]_1\rangle\langle K_2|}{(E-k_{20}-E_{[2]_1}-q_{20}+i\eta)}\,\hat{U}^{+}_{[2]_1q_2}|\Lambda(E)\rangle \qquad (VI,16)$$

$M = 2$

$$\hat{U}^{+}_{[2]K_2}|\Lambda(E)\rangle = \hat{U}^{+}_{[2]K_2^*}|\Lambda(E)\rangle + \sum_{[2]_1}\int d^3q_1\, J_{[2]}\,\Omega^{+in}_{1,2}(E-k_{20})\,\frac{|[2]_1q_1\rangle\langle K_2|}{(E-k_{20}-E_{[2]_1}-q_{20}+i\eta)}\,\hat{U}^{+}_{q_1[2]_1}|\Lambda(E)\rangle \qquad (VI,17)$$

$A = 3\ B = 1\ N = 2\ .\ M = 1$

$$\hat{U}^{+}_{K_1[2]}|\Lambda(E)\rangle = \hat{U}^{+}_{K_1[2]^*}|\Lambda(E)\rangle + \int d^3q_1 d^3q_2\, J_{K_1}\,\Omega^{+in}_{1,1}(E-E_{[2]})\,\frac{|q_1q_2\rangle\langle[2]|}{(E-E_{[2]}-q_{10}-q_{20}+i\eta)}\,\hat{U}^{+}_{q_1q_2}|\Lambda(E)\rangle \qquad (VI.18)$$

cependant à cause des propriétés de symétrie des formules de gragmentation des courants , les formules (VI,14) et (VI,15) sont équivalentes ainsi que (VI,16) et (VI,17)

Considérons l'élément de matrice

$U^{+}_{K_1K_2}(P'_d; P_{d_1}P_{d_2})$ l'état initial est constitué de deux deutérium et par conséquent les termes du ler ordre de (VI,15) vont être nuls , nous avons donc

$$U^{+}_{K_1K_2}(P'_d; P_{d_1}P_{d_2}) = \sum_{[2]}\int d^3q_1 \langle P'_d|J_{K_1}\,\Omega^{+in}_{1,2}(E-k_{20})|[2]q_1\rangle \times \frac{1}{(E-k_{20}-q_{10}-E_{[2]}+i\eta)}$$

$$\times\, U^{+}_{q_1[2]}(K_2; P_{d_1}P_{d_2})\,. \qquad (VI.19)$$

il en résulte donc que l'élément de matrice $U^{+}_{K_1K_2}(P'_d; P_{d_1}P_{d_2})$ sera déterminé si nous connaissons l'équation intégrale de $U^{+}_{q_1[2]}(K_2; P_{d_1}P_{d_2})$ celle-ci nous est donnée par l'équation (VI,18) et (VI,15) soit

$$U^{+}_{Q_1[2]}(K_2;P_{d_1}P_{d_2}) = U^{+}_{Q_1[2]*}(K_2;P_{d_1}P_{d_2}) + \int d^3q'_1\, d^3q'_2\, d^3q''_1 \sum_{[2]_1} \langle K_2 | J_{Q_1} \Omega^{+in}_{1,1}(E-E_{[2]}) | q'_1 q'_2 \rangle \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{(E-E_{[2]}-q'_{1o}-q'_{2o}+i\eta)} \cdot \langle [2] | J_{Q'_1} \Omega^{+in}_{1,2}(E-q''_{2o}) | [2]_1 q''_1 \rangle \frac{1}{(E-q''_{2o}-q''_{1o}-E_{[2]_1}+i\eta)} \cdot U^{+}_{q''_1[2]_1}(q''_2;P_{d_1}P_{d_2})$$

Considérons maintenant l'amplitude $U^{+}_{K_1K_2}(P'_d;P_1P_T)$.

En utilisant l'équation (VI,15) et (VI,16) nous avons :

$$U^{+}_{K_1K_2}(P'_d;P_1P_T) = U^{+}_{K_1K_2*}(P'_d;P_1P_T) + \sum_{[2]} \int d^3q_1\, d^3q'_1 d^3q'_2 \langle P'_d | J_{K_1} \Omega^{+in}_{1,2}(E-k_{2o}) | [2] q_1 \rangle \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{(E-k_{2o}-q_{1o}-E_{[2]}+i\eta)} \cdot \langle K_2 | J_{q_1} \Omega^{+in}_{1,1}(E-E_{[2]}) | q'_1 q'_2 \rangle \cdot \frac{1}{(E-E_{[2]}-q'_{1o}-q'_{2o}+i\eta)} \cdot U^{+}_{q'_1q'_2}([2];P_1P_T) \qquad (VI.21)$$

et pour l'amplitude $U^{+}_{Q_1[2]}(P'_1;P_1P_T)$ en utilisant la relation (VI,16) nous obtenons

$$U^{+}_{Q_1[2]}(P'_1;P_1P_T) = \int d^3q'_1 d^3q'_2 \langle P'_1 | J_{Q_1} \Omega^{+in}_{1,1}(E-E_{[2]}) | q'_1 q'_2 \rangle \frac{1}{(E-E_{[2]}-q'_{1o}-q'_{2o}+i\eta)} \cdot U^{+}_{q'_1q'_2}([2];P_1P_T) \cdot \qquad (VI,22)$$

la donnée de l'équation intégrale (VI,21) détermine celle de (VI,22) .

En conclusion les amplitudes de réaction (VI,1,2 3,4,5,6,7,8) sont déterminées par la connaissance des deux équations intégrales suivantes ,

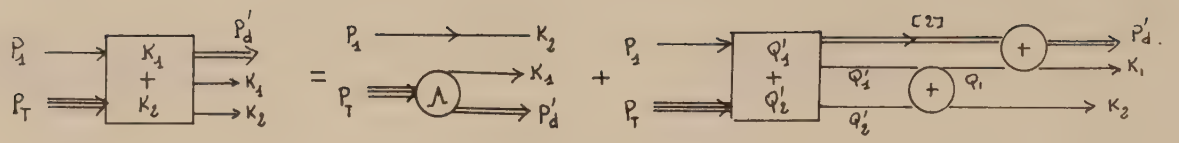
$$U^{+}_{K_1K_2}(P'_d;P_1P_T) = U^{+}_{K_1K_2*}(P'_d;P_1P_T) + \sum_{[2]} \int d^3q_1 d^3q'_1 d^3q'_2 \; T^{+}_{[2]+q_1 \to P'_d+K_1}(E-k_{2o}) \cdot \frac{1}{(E-k_{2o}-q_{1o}-E_{[2]}+i\eta)} \cdot$$

$$T^{+}_{q'_1+q'_2 \to q_1+K_2}(E-E_{[2]}) \cdot \frac{1}{(E-E_{[2]}-q'_{1o}-q'_{2o}+i\eta)} \cdot U^{+}_{q'_1q'_2}([2];P_1P_T) \cdot \qquad (VI,23)$$

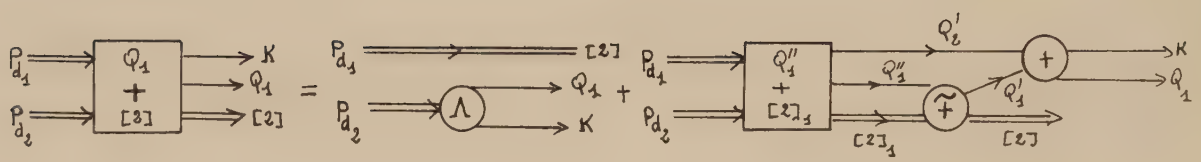
$$U^{+}_{Q_1[2]}(K;P_{d_1}P_{d_2}) = U^{+}_{Q_1[2]*}(K;P_{d_1}P_{d_2}) + \sum_{[2]_1} \int d^3q_1 d^3q'_2 d^3q''_1 \; T^{+}_{q'_1+q'_2 \to q_1+K}(E-E_{[2]}) \cdot \frac{1}{(E-E_{[2]}-q'_{1o}-q'_{2o}+i\eta)}$$

$$\widetilde{T}^{+}_{q''_1+[2]_1 \to [2]+q'_1}(E-q'_{2o}) \cdot \frac{1}{(E-q'_{2o}-q''_{1o}-E_{[2]_1}+i\eta)} \cdot U^{+}_{q'_1[2]'}(q'_2;P_{d_1}P_{d_2}) \cdot \qquad (VI,24)$$

ainsi que les relations complémentaires (VI,19 et VI 22) ayant pour représentation graphique



Graphe VI-1.



Graphe VI-2.

Ces deux équations forment l'extension de l'équation à trois corps au problème à 4 corps . Il apparaît donc que dans ces deux types de réaction , il y ait autant d'amplitudes indépendantes que de voies initiales distinctes . Ce résultat est tout à fait général comme nous le verrons par la suite .

L'introduction de ces éléments de matrice simplifient donc grandement l'étude des réactions nucléaires ; car toute réaction ayant le même état initial peut être obtenue à partir d'une seule amplitude . Dans le paragraphe suivant, nous allons montrer comment on peut traiter tous les problèmes ayant deux deutérium dans la voie initiale . Le cas d'un nucléon et d'un tritium se traitent de façon analogue à partir de l'autre amplitude indépendante .

§ 2. Etude des éléments de matrice T^+ des processus ayant deux deutériums incidents .

2.1. Réaction $P_{d_1} + P_{d_2} \to P'_{d_1} + P'_{d_2}$.

L'élément de matrice T^+ de ce processus s'écrit :

$$T^{+\,(E)}_{P_{d_1}+P_{d_2}\to P'_{d_1}+P'_{d_2}} = \int d^3K_1 d^3K_2 \; U^+_{K_1K_2}(P'_{d_1}; P_{d_1} P_{d_2}) \; \langle P'_{d_2} | K_2 K_1 \rangle \qquad (VI,25)$$

soit en tenant compte de (VI,19)

$$T^{+\,(E)}_{P_{d_1}+P_{d_2}\to P'_{d_1}+P'_{d_2}} = \int d^3K_1 d^3K_2 d^3Q_1 \sum_{[2]} \langle P'_{d_2} | K_2 K_1 \rangle \; T^{+\,(E-k_{20})}_{Q_1+[2]\to K_1+P'_{d_1}} \cdot$$

$$\times \frac{1}{(E-k_{20}-q_{10}-E_{[2]}+i\eta)} \cdot U^+_{Q_1[2]}(K_2; P_{d_1} P_{d_2}) \qquad (VI,26)$$

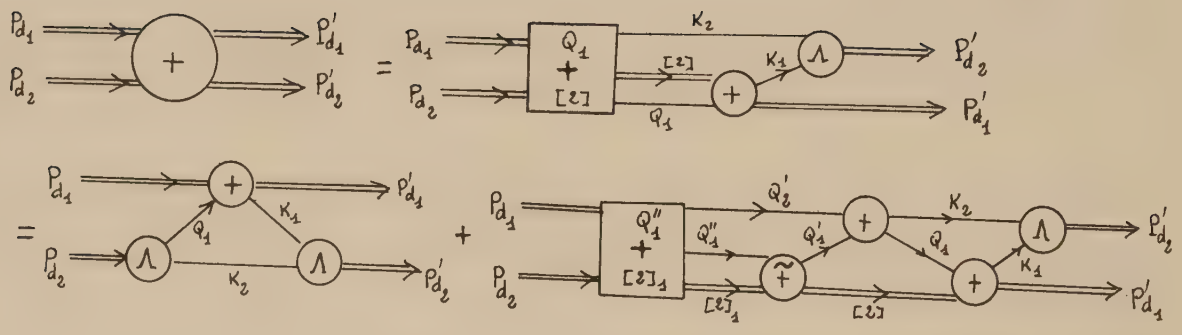
en utilisant pour $U^+_{Q_1[2]}(K_2; P_{d_1} P_{d_2})$ l'équation intégrale (VI,24). Ce qui nous donne pour $T^{+\,(E)}_{P_{d_1}+P_{d_2}\to P'_{d_1}+P'_{d_2}}$ l'équation suivante :

$$T^{+\,(E)}_{P_{d_1}+P_{d_2}\to P'_{d_1}+P'_{d_2}} = \int d^3K_1 d^3K_2 d^3Q_1 \; \frac{\Lambda^*_{K_2+K_1\to P'_{d_2}} \times T^{+\,(E-k_{20})}_{Q_1+P_{d_1}\to K_1+P'_d}}{(P'_{d_{20}}-k_{10}-k_{20})(E-k_{20}-q_{10}-P_{d_{10}}+i\eta)} \times \Lambda_{P_{d_2}\to Q_1+K_2}$$

$$+ \sum_{[2][2]_1} \int d^3Q_1 d^3K_1 d^3K_2 d^3Q'_1 d^3Q'_2 d^3Q''_1 \cdot \frac{\Lambda^*_{K_2+K_1\to P'_{d_2}} \cdot T^{+\,(E-E_{[2]})}_{Q_1+[2]\to K_1+P'_{d_1}}}{(P'_{d_{20}}-k_{10}-k_{20})(E-k_{10}-q_{10}-E_{[2]}+i\eta)}$$

$$+ \frac{\tilde{T}^{+}_{Q''_1+[2]_1+[2]+Q'_1}{}^{(E-q'_{10})} \times U^+_{Q''_1[2]_1}(q'_2; P_{d_1} P_{d_2})}{(E-E_{[2]}-q'_{10}+i\eta)(E-q'_{20}-q''_{10}-E_{[2]_1}+i\eta)} \cdot \qquad (VI,27)$$

$U^+_{Q''_1[2]_1}(Q'_2; P_{d_1} P_{d_2})$ étant donné par l'équation intégrale (VI,24).



Graphe VI-3

2.2. Réaction $P_{d_1} + P_{d_2} \to P'_1 + P'_2 + P'_d$.

L'élément de matrice T^+ de ce processus s'écrit :

$$T^+_{P_{d_1}+P_{d_2}\xrightarrow{(E)}P'_1+P'_2+P'_d} = \int d^3K_1 d^3K_2 \; {}^{em}\!\langle P'_1 P'_2 | K_2 K_1 \rangle \; U^+_{K_1K_2}(P'_d ; P_{d_1} P_{d_2}) \qquad (VI,28)$$

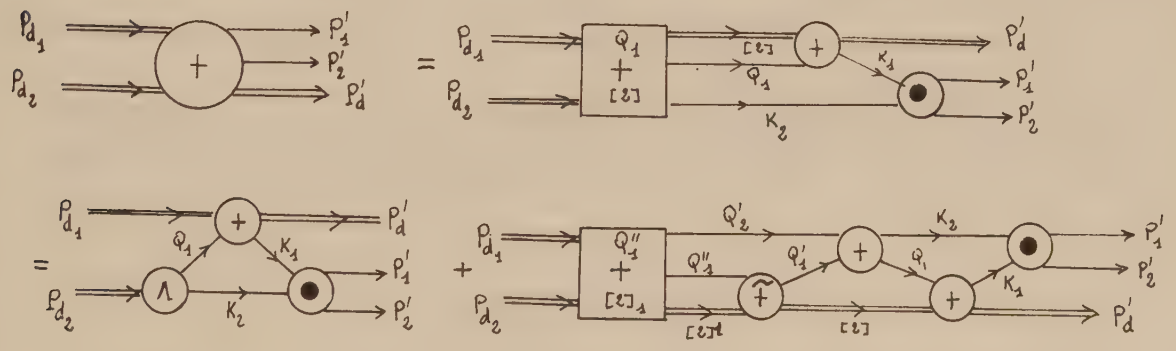
cette équation ne diffère de l'équation (VI,25) que par la fonction d'onde . Tout calcul fait , nous obtenons :

$$T^+_{P_{d_1}+P_{d_2}\xrightarrow{(E)}P'_1+P'_2+P'_d} = \int d^3K_1 d^3K_2 d^3Q_1 \; {}^{em}\!\langle P'_1 P'_2 | K_2 K_1 \rangle \times \frac{T^+_{Q_1+P_{d_1}\to K_1+P'_d}{}^{(E-k_{20})} \times \Lambda_{P_{d_2}\to q_1+K_2}}{(E-k_{20}-q_{10}-P'_{d_0}+i\eta)}$$

$$+ \sum_{[2][2]_1} \int d^3Q_1 d^3K_1 d^3K_2 d^3Q'_1 d^3Q'_2 d^3Q''_1 \; {}^{em}\!\langle P'_1 P'_2 | K_2 K_1 \rangle \times \frac{T^+_{Q_1+[2]\to K_1+P'_d}{}^{(E-k_{20})} \times T^+_{Q'_1+Q'_2\to Q_1+K_2}{}^{(E-E_{[2]})}}{(E-k_{20}-q_{10}-E_{[2]}+i\eta)}$$

$$+ \frac{\tilde{T}^+_{Q''_1+[2]_1\to[2]+q'_1}{}^{(E-q'_{20})} \times U^+_{Q''_1[2]_1}(Q'_2 ; P_{d_1} P_{d_2})}{(E-E_{[2]}-q'_{10}-q'_{20}+i\eta)(E-q'_{20}-q''_{10}-E_{[2]}+i\eta)} \; . \qquad (VI,29)$$

L'amplitude $U^+_{Q''_1[2]_1}(\;\;)$ est la même que celle introduite dans l'équation (VI,27) et est solution de l'équation intégrale (VI,24) . La représentation graphique de l'équation (VI,29) est donc :



Graphe VI-4

2.3. Réaction $P_{d_1} + P_{d_2} \to P'_1 + P'_T$.

L'élément de matrice T^+ de ce processus s'écrit :

$$T^{+\,(E)}_{P_{d_1}+P_{d_2}\to P'_1+P'_T} = \sum_{[2]} \int d^3q_1 \, \langle P'_T | a^+_{q_1} | [2] \rangle \; U^+_{q_1\,[2]}(P'_1 ; P_{d_1} P_{d_2}) \quad . \qquad (\text{VI}.30)$$

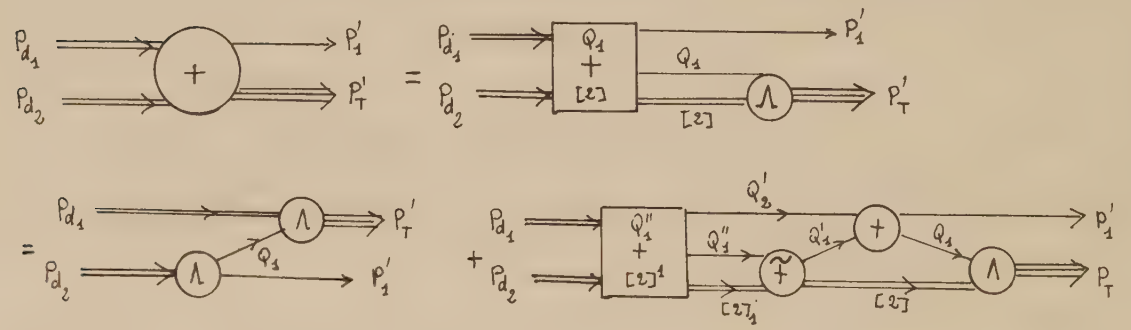
Soit en tenant compte de l'équation intégrale (VI,24)

$$T^{+\,(E)}_{P_{d_1}+P_{d_2}\to P'_1+P'_T} = \int d^3q_1 \, \frac{\Lambda^*_{P_{d_1}+q_1\to P'_T} \cdot \Lambda_{P_{d_2}\to q_1+P'_1}}{(P_{d_{2_0}} - q_{1_0} - P'_{1_0})} + \sum_{[2][2]_1} \int d^3q_1 \, d^3q'_1 \, d^3q''_1 \, d^3q'_2$$

$$\times \frac{\Lambda^*_{q_1+[2]\to P_T} \cdot T^{+\,(E-E_{[2]})}_{q'_2+q'_1\to q_1+P'_1} \cdot \tilde{T}^{+\,(E-q'_{2_0})}_{q''_1+[2]_1\to q'_1+[2]} \cdot U^+_{q''_1\,[2]_1}(q'_2 ; P_{d_1} P_{d_2})}{(P_{T_0} - q_{1_0} - E_{[2]})\,(E - E_{[2]} - q'_{1_0} - q'_{2_0} + i\eta)\,(E - E_{[2]_1} - q''_{1_0} - q'_{2_0} + i\eta)} \quad . \qquad (\text{VI},31)$$

$U^+_{q'_1\,[2]_1}(q'_2 ; P_{d_1} P_{d_2})$ étant donné par l'équation intégrale (VI,24)

La représentation graphique de l'équation (VI,31) est :



Graphe VI-5.

2.4. Réaction $P_{d_1} P_{d_2} \to P'_1 + P'_2 + P'_3 + P'_4$.

L'élément de matrice T^+ de ce processus s'écrit :

$$T^{+\,(E)}_{P_{d_1}+P_{d_2}\to P'_1+P'_2+P'_3+P'_4} = \int d^3q_1 \sum_{[2]} {}^{em}\!\langle P'_2 P'_3 P'_4 \,|\, a^+_{q_1} \,|\, [2]\rangle \cdot U^+_{q_1[2]}(P'_1; P_{d_1} P_{d_2}) \cdot \qquad (VI,32)$$

Soit en tenant compte de l'équation intégrale (VI,24)

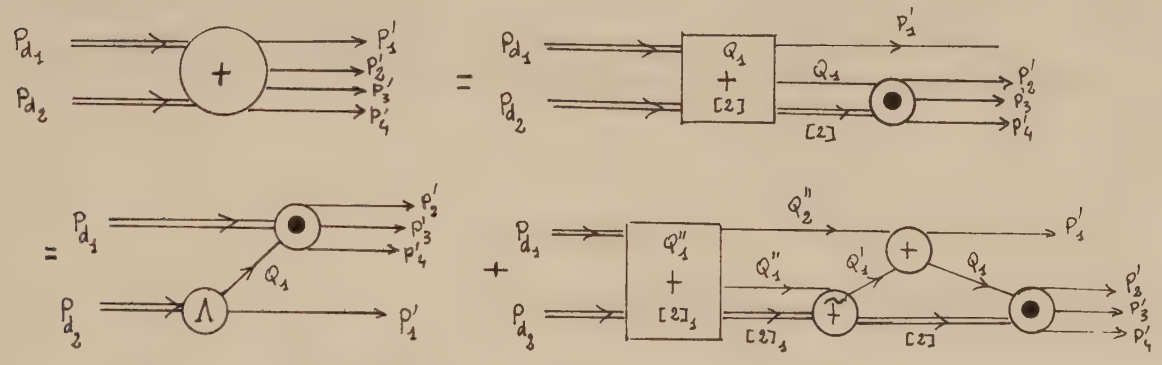
$$T^{+\,(E)}_{P_{d_1}+P_{d_2}\to P'_1+P'_2+P'_3+P'_4} = \int d^3q_1 \, {}^{em}\!\langle P'_2 P'_3 P'_4 \,|\, a^+_{q_1} \,|\, P_{d_1}\rangle \Lambda_{P_{d_2}\to q_1+P'_1} + \sum_{[2][2]_1} \int d^3q_1 \, d^3q'_1 \, d^3q''_1 \, d^3q''_2$$

$$\times \; {}^{em}\!\langle P'_2 P'_3 P'_4 \,|\, q_1 [2]\rangle \cdot \frac{T^{+\,(E-E_{[2]})}_{q''_2+q'_1\to q_1+P'_1} \times \tilde{T}^{+\,(E-q''_{2o})}_{q''_1+[2]_1\to q'_1+[2]}}{(E-q''_{2o}-q'_{1o}-E_{[2]}+i\eta)(E-q''_{1o}-q''_{2o}-E_{[2]_1}+i\eta)} \times U^+_{q''_1[2]_1}(q''_2; P_{d_1}P_{d_2}) \cdot$$

(VI.33)

$M^+_{q''_1[2]_1}(q''_2; P_{d_1}P_{d_2})$ étant donné par l'équation intégrale (VI,24)

La représentation graphique de l'équation (VI.33) est :

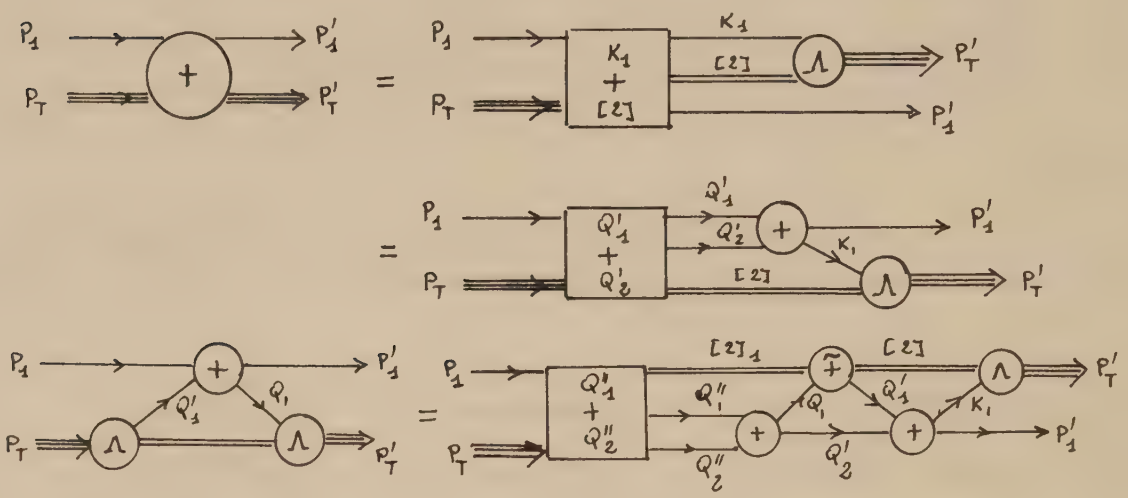


Graphe VI-6.

§ 3. Etude des éléments de matrice T^+ des processus ayant un nucléon et un tritum (ou He^3) incidents

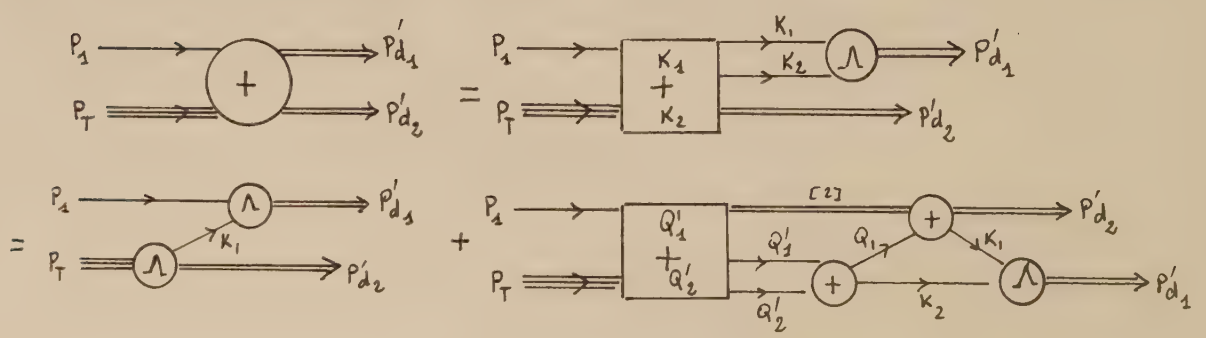
Nous utilisons pour ce faire la même méthode que celle utilisée dans le paragraphe précédent . Nous ne donnerons pas le détail des calculs mais seulement les équations graphiques que nous avons obtenues à partir desquelles il est très facile d'obtenir les équations littérales en utilisant le code .

3-1: Reaction : $: P_1 + P_T \rightarrow P'_1 + P'_T$



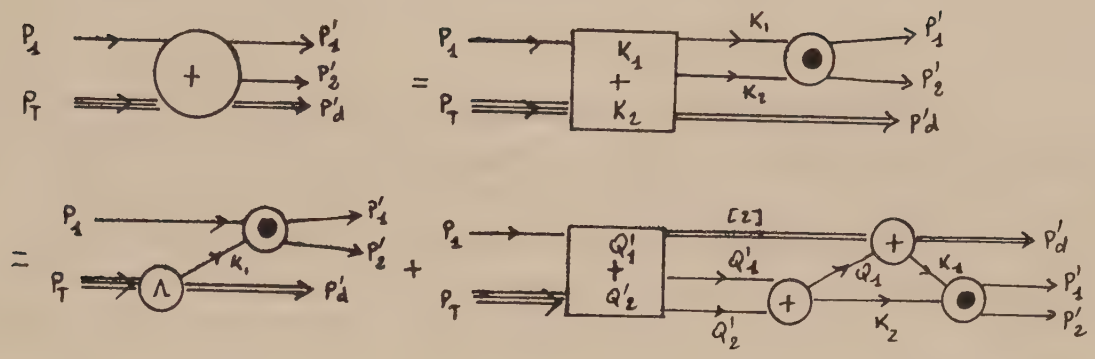
Graphe: VI . 7

3-2: Reaction : $P_1 + P_T \rightarrow P'_{d_1} + P'_{d_2}$.



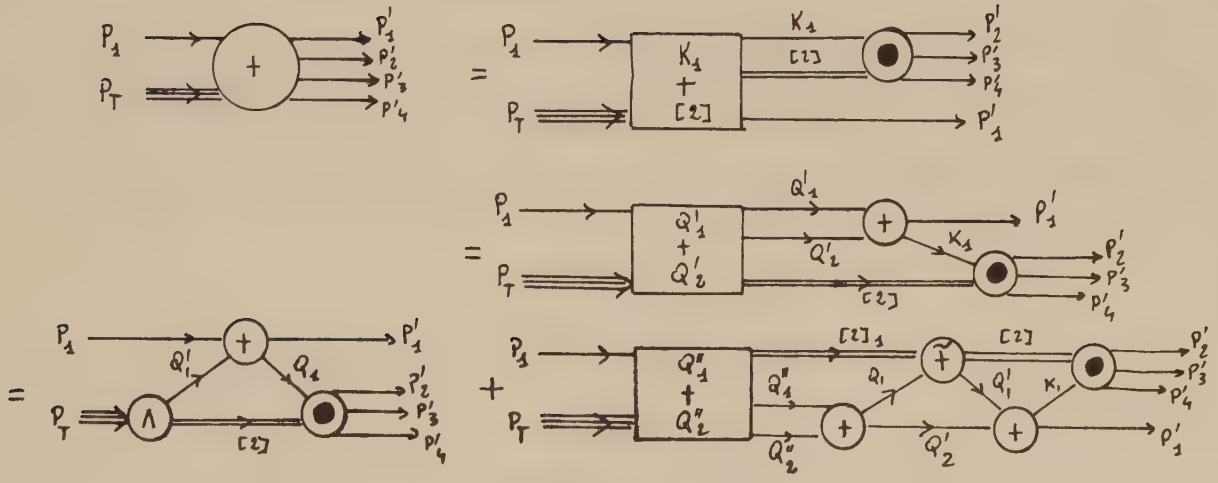
Graphe: VI. 8

3-3: Reaction: $P_1 + P_T \longrightarrow P'_1 + P'_2 + P'_d$.



Graphe: VI. 9

3-4: Reaction : $P_1 + P_T \longrightarrow P'_1 + P'_2 + P'_3 + P'_4$.



Graphe VI. 10

CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons donné une resolution systématique des problème de diffusion faisant intervenir N nucléons et comportant tous les processu s de collisions avec rearrangement, en determinant les équations que satisfont les opérateurs $\hat{U}^+$

L'introduction de ces opérateurs permet de déterminer de façon simple les équations intégrales du problème à 4 corps. Nous avons montré en particulier que les éléments de matrice T des processus avec deux deutérons dans l'état initial ou un nucléon et un tritium (ou He^3)dans l'état initial sont donnés par deux amplitudes indépendantes solutions d' équations intégrales déterminées dans ce chapitre. Ilexiste autant d'amplitudes indépendantes U^+_ℓ) que d'états initiaux; l'introduction des opérateurs $\hat{U}^+$ permet le découplage des équations intégrales habituelles . Ce résultat est général comme on peut s'en convaincre en étudiant des processus nucléaire plus complexes.

CHAPITRE VII

ETUDE DES REACTIONS DE TRANSFERT

§ 1. Opérateur de transition

1.1. Introduction

Les réactions nucléaires dans lesquelles une ou plusieurs particules sont transferées durant la collision sont difficiles à mettre en équations car même dans les méthodes d'approximation les plus simples (R, 24, 25, 26), il y a lieu d'étudier les réarrangements d'au moins trois systèmes complexes interagissant fortement : Les deux coeurs nucléaires plus le système transferé - D'une manière générale une réaction de transfert peut se représenter schématiquement comme suit

$$\sigma_A + \{\sigma_B + \sigma_N\} \Rightarrow \{\sigma_A + \sigma_N\} + \sigma_B \qquad (VII, 1a)$$

où σ_A et σ_B représentent les coeurs lourds et σ_N le système transféré . Dans la voie d'entrée σ_N est lié au coeur σ_B et dans la voie de sortie σ_N est lié au coeur σ_A .

Dans ce chapitre nous allons étudier la théorie exposée dans les premières chapitres au cas des réactions de transfert en négligeant pour l'instant tout effet Coulombien dans les transitions . Nous établierons l'opérateur général des réactions avec réarrangement nous permettant d'obtenir des équations intégrales ou des équations pour les amplitudes de ces réactions . Nous étudierons particulièrement les éléments de matrice de cet opérateur dans le cas des réactions de transfert à un nucléon (réaction de stripping simple) ainsi que le cas des réactions de transfert du type (PT)

§ 1. Détermination de l'opérateur de transition $\hat{U}^-_{[N][A-N]}$

Dans l'étude des réactions nucléaires la partition de l'état initial est une donnée du problème . Soit donc σ_A et σ_B deux noyaux de nombre de masse A et B respectivement . Pour plus de généralité nous ne préciserons pas lequel des deux constitue la cible de façon à pouvoir traiter a la fois les transferts de la cible au noyau incident et vice versa . Nous nous proposons de déterminer l'opérateur $\hat{U}^-_{[N][A-N]}$ gouvernant les réactions de transfert . Auparavant nous allons rappeler brièvement l'origine de cet opérateur . L'élément de matrice S d'un processus nucléaire s'écrit :

$$S_{A+B \to [A+B]_\rho} = {}^{em}\langle [A+B]_\rho | P'_A P'_B \rangle^{in} \qquad (VII,1)$$

où P'_A et P'_B sont respectivement les quadrivecteurs énergie impulsion et variables de spin et d'isospin des noyaux incidents σ_A et σ_B . Nous avons désigné par $[A+B]_\rho$ un état final quelconque de partition ρ que l'on précisera une fois fixée la nature de la réaction nucléaire à étudier . Si σ_A est le noyau qui va transférer des nucléons l'élément de matrice sur couche d'énergie du processus s'écrit avec nos conventions :

$$T^{-(E)}_{A+B \to [A+B]_\rho} = {}^{em}\langle [A+B]_\rho | J^+_{\rho'_A} | P'_B \rangle \qquad (VII,2)$$

si nous appelons $(A-N)$ le nombre de nucléons de σ_A qui sont tranférés à σ_B , nous devons fragmenter σ_A , en deux systèmes σ_N et σ_{A-N} en utilisant l'expression (IV,) . Nous en déduisons l'expression de $T^-_{A+B \to [A+B]_\rho}$.

$$T^{-(E)}_{A+B \to [A+B]_\rho} = {}^{em}\langle [A+B]_\rho | \frac{N!\,(A-N)!}{A!} \cdot \frac{A}{A-N} \sum_{[N][A-N]} a^+_{[N]} J^+_{[A-N]} | P'_B \rangle \cdot \langle [N][A-N] | P'_A \rangle \qquad (VII,3)$$

Elément de matrice que nous écrivons :

$$T^{-(E)}_{A+B \to [A+B]_\rho} = \sum_{[N][A-N]} U^-_{[N][A-N]}([A+B]_\rho ; P'_B) \langle [N][A-N] | P'_A \rangle \qquad (VII,4)$$

avec

$$U^-_{[N][A-N]}([A+B]_\rho ; P'_B) = \langle [A+B]_\rho | \hat{U}^-_{[N][A-N]} | P'_B \rangle \cdot \qquad (VII,5)$$

et

$$\hat{U}^-_{[N][A-N]} = \frac{N!\,(A-N)!}{A!} \cdot \frac{A}{A-N} \cdot a^+_{[N]} J^+_{[A-N]} \qquad (VII,6)$$

afin d'exprimer un processus à $(A+B)$ corps en fonction de processus faisant intervenir un nombre moindre de nucléons , nous avons vu qu'il fallait au cours des opérations successives amener un opérateur de création devant l'état final pour qu'il puisse y détruire directement un noyau ou un nucléon ; pour celà la méthode est la même que celle précédemment utilisée dans les problèmes à 3 et 4 corps pour les opérateurs $\hat{U}^+_{ij}$ nous avons tout calcul fait :

$$\langle [A+B]_p | \hat{U}^-_{[N][A-N]} = \langle [A+B]_p | \frac{N!\,(A-N)!}{A!}\,\frac{A}{A-N}\left\{ a^{+\,em}_{[N]}\, J^+_{[A-N]} + \sum_{[M][A+B-N-M]} \frac{M!\,(A+B-N)}{(A+B-N)!}\right.$$

$$\cdot \frac{(A+B-N-M)!}{(A+B-N-M)}\cdot a^+_{[M]}\, J^+_{[A+B-N-M]} |[N]\rangle\, G_o^-(E-E_{[N]}-E_{[M]}-E_{[A+B-N-M]}) \langle [M][A+B-N-M]|$$

$$\left. \cdot \Omega^{em}_{M,A+B-N-M}(E-E_{[N]})\, J^+_{[A-N]} \right\} \qquad (\text{VII},7)$$

que nous écrivons

$$\langle [A+B]_p | \hat{U}^-_{[N][A-N]} = \langle [A+B]_p | \hat{U}^-_{[N]^*[A-N]} + \sum_{[M][A+B-N-M]} \langle [A+B]_p | \hat{U}^-_{[M][A+B-N-M]} |[N]\rangle$$

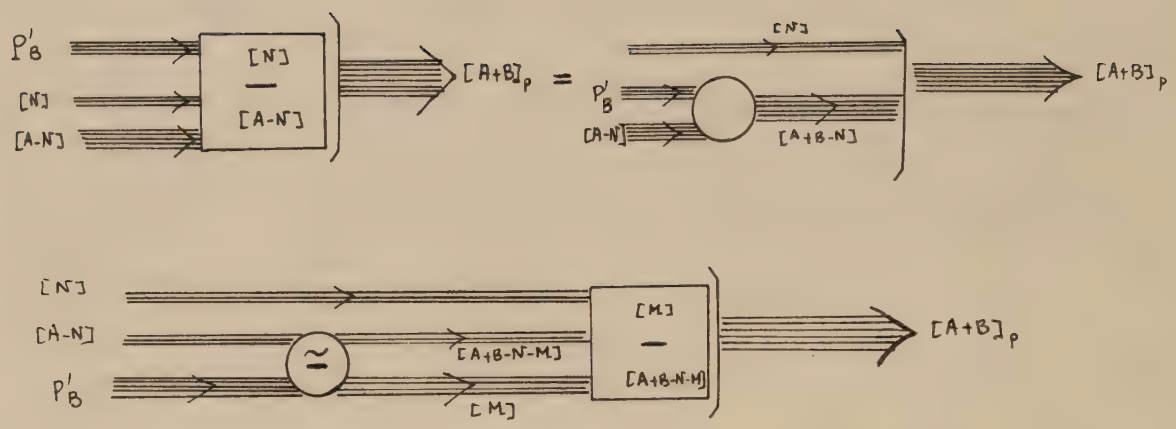
$$\cdot G_o^-(E-E_{[N]}-E_{[M]}-E_{[A+B-N-M]}) \langle [M][A+B-N-M]| \Omega^{em}_{M,A+B-N-M}(E-E_{[N]})\, J^+_{[A-N]} \qquad (\text{VII},8)$$

Cette équation est tout à fait générale pour l'étude des éléments de matrice T^-_{fi} d'une réaction nucléaire . Elle est à rapprocher de l'équation (VI,12) destinée à l'étude des éléments de matrice T^+_{fi} . C'est à partir de cette équation que nous pouvons déterminer soit les équations intégrales linéaires des amplitudes $\hat{U}^-_{[N][A-N]}([A+B]_p ; P'_B)$, soit des relations entre les amplitudes de différents processus . Avant de clore ce paragraphe nous allons donner l'équation des $\hat{U}^-_{[N][A-N]}([A+B]_p ; P'_B)$ obtenue à partir de l'équation (VII,8) ainsi que sa représentation graphique . Nous avons :

$$U^-_{[N][A-N]}([A+B]_p ; P'_B) = U^-_{[N]^*[A-N]}([A+B]_p ; P'_B) + \sum_{[M][A+B-N-M]} U^-_{[M][A+B-N-M]}([A+B]_p ; [N])$$

$$\cdot \left(E-E_{[N]}-E_{[M]}-E_{[A+B-N-M]}-i\eta\right)^{-1} \tilde{T}^-_{P'_B+[A-N]\to[M]+[A+B-N-M]}(E-E_{[N]}) \,. \qquad (\text{VII}.9)$$

et pour représentation graphique avec nos conventions :



Graphe VII-1

Dans cette équation graphique nous pouvons remarquer que le premier terme ne donne une contribution différente de zéro que si l'état final $|[A+B]_p\rangle^{em}$ possède [N] dans sa partition . Dans les paragraphes suivants , nous allons donner un exemple d'utilisation de cette équation .

§ 2. Application aux réactions de stripping

2.1. Introduction

Les réactions d'interaction directe de stripping du deutérium (D,P) (D,N) (R,28-29) et les réactions de transfert (PT) sont en principe susceptibles de donner une information sur les niveaux et la structure nucléaire, la forme des distributions angulaires de stripping par exemple permet de préciser la valeur du moment orbital du nucléon du deutérium incident capturé par la cible pour former le noyau résiduel, déterminant ainsi la parité et souvent le spin du niveau final de ce dernier. Toutes ces propriétés furent mises en évidence par Butler (R.30...35) en 1952 quand il prouva qu'il existait une relation entre la distribution angulaire du proton émergeant, et l'état dans lequel le neutron du deutérium était capturé par la cible.

Si malgré les hypothèses très restrictives de Butler de nombreux résultats expérimentaux furent interprétés, il reste néanmoins bien des réactions ou cette théorie s'avère insuffisante (R.44), par exemple les réactions (D,P) et (D,N) sur le Be^9 et l'N^{14}. R. D. Amado (R.36) démontra, en étudiant les propriétés analytiques des amplitudes de stripping dans l'approximation de Born, que le pic prononcé à l'avant des distributions angulaires était du à un pole cinématique relatif au fait qu'une particule était échangée entre le deutérium incident et la cible. Ce pôle sis dans le plan complexe des cos se trouve placé très près de la région physique. Ce travail a donné naissance à une série de travaux (R,37,38) préconisant l'utilisation des méthodes propres aux relations de dispersion pour l'étude des réactions de transfert.

Actuellement les théories des réactions de transfert utilisent dans l'ensemble les méthodes de la (DWBA) (R.39...43) qui ne sont hélas pas toujours justifiables. Nous nous proposons dans ce chapitre de montrer quelle est la situation dans le cadre de notre théorie. Nous analysons successivement le cas du stripping normal (capture par la cible d'un nucléon du deutérium) et du stripping lourd (capture du deutérium incident par une partie de la cible) ainsi que les réactions de transfert (PT).

L'équation (VII,9) nous permettant d'analyser toutes les réactions nucléaires avec réarrangement. Nous nous sommes limités à ces réactions de transfert, en raison de leur intérêt et afin de montrer sur ces exemples concrets les méthodes de résolution de (VII,9) pour un processus donné.

2.2. Opérateur de stripping

Analysons en premier lieu le stripping normal; c'est à dire lorsqu'un nucléon du deutérium est transféré à la cible . Dans la formule (VII,9) nous ferons donc $A=2$, N ne pouvant prendre que la valeur $N=1$. Nous obtenons ainsi :

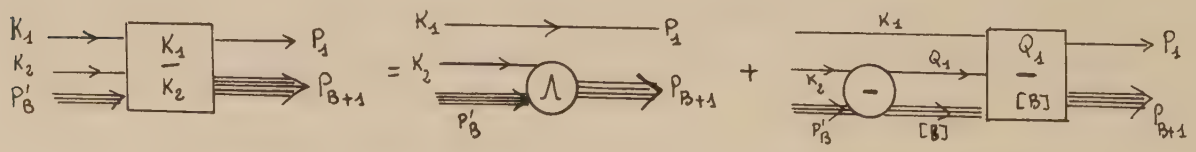
$$U^-_{K_1K_2}([B+2]_P;P'_B) = U^-_{K_1^*K_2}([B+2]_P;P'_B) + \sum_{[M][B+1-M]} U^-_{[M][B+1-M]}([B+2]_P;K_1) ,$$

$$\frac{1}{(E-k_{1_0}-E_{[M]}-E_{[B+1-M]}-i\eta)} \cdot T^-_{P'_B+K_2\to[M]+[B+1-M]}(E-k_{1_0}) . \qquad (VII,10)$$

l'itération littérale de cette équation s'effectue en suivant la méthode établie par les problèmes à 3 et 4 corps . Nous avons une grande lattitude quant au choix du mode de rédaction , c'est à dire dans le choix des sous ensembles σ_M et σ_{B+1-M} que nous avons particularisés. Cependant la donnée de la partition dans l'état final restreint la valeur de N et de M dans la mesure où nous avons l'intention de faire apparaitre les mécanismes les plus simples aux ordres les plus bas . Ainsi dans le cas du stripping (N,D) la partition de l'état final est $(B+1,1)$ pour que les mécanismes les plus simples contribuent au processus nous devons choisir $M=1$ l'équation (VII,10) s'écrit :

$$U^-_{K_1K_2}(P_{B+1}P_1;P'_B) = U^-_{K_1^*K_2}(P_{B+1}P_1;P'_B) + \sum_{[B]}\int d^3Q_1 \cdot \frac{U^-_{Q_1[B]}(P_{B+1}P_1;K_1)}{(E-q_{1_0}-k_{1_0}-E_{[B]}-i\eta)} \cdot T^-_{P'_B+K_2\to Q_1+[B]}(E-k_{1_0}) .$$

dont la représentation graphique est la suivante :



Graphe VII-2.

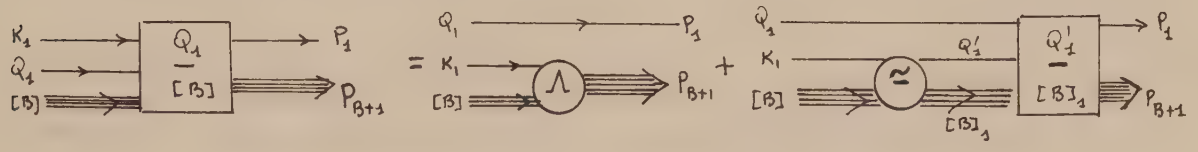
Stripping Normal

Nous n'obtenons pas une équation intégrale de l'amplitude $U^-_{K_1K_2}(P_{B+1}P_1,P'_B)$ mais

plutôt une relation entre cette amplitude et celle $U^-_{Q_1[B]}(P_{B+1}, P_1; K_1)$ de la diffusion : $N_+(B+1) \to N_+(B+1)$. A partir de l'équation (VII,9) il nous est très facile de déterminer l'équation intégrale de cette dernière amplitude qui est :

$$U^-_{Q_1[B]}(P_{B+1}, P_1; K_1) = U^-_{Q_1^*[B]}(P_{B+1} P_1; K_1) + \sum_{[B]_1} \int d^3Q'_1 \frac{U^-_{Q'_1[B]_1}(P_{B+1} P_1; Q_1)\, \tilde{T}^-_{[B]+K_1 \to Q'_1[B]_1}(E - q_{10})}{(E - q'_{10} - q_{10} - E_{[B]_1} - i\eta)} \qquad (VII,11)$$

dont la représentation graphique est



Graphe VII-3.

Equation intégrale de la diffusion Nucléon-noyau.

l'itération de l'équation (VII,12) conduisant à un développement en terme de diffusion multiple du type de Watson sans aucune approximation . Cette remarque est intéressante pour l'étude de la diffusion nucléon noyau .

2.3. Détermination des éléments de matrice $T^-_{B+D \to N_+(B+1)}(E)$.

Soit $|P'_d P'_B\rangle^{in}$ l'état initial et $|P_1 P_{B+1}\rangle^{em}$ l'état final où les P_i désignent les quadrivecteurs énergie impulsion et les variables de spin et d'isospin de la particule ou du noyau (i) . L'élément de matrice $T^-_{B+D \to N_+(B+1)}(E)$ hors couche d'énergie du processus de stripping s'écrit :

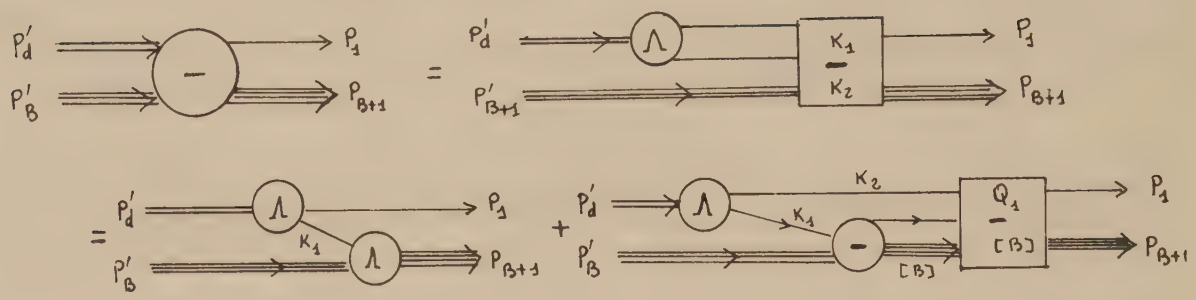
$$T^-_{B+D \to N_+(B+1)}(E) = \int d^3K_1 d^3K_2\, U^-_{K_1K_2}(P_{B+1} P_1; P'_B) \frac{\Lambda_{P'_d \to K_1+K_2}}{(P_{d_0} - k_{10} - k_{20})} \qquad (VII,12)$$

l'amplitude $U^-_{K_1K_2}(P_{B+1} P_1; P'_B)$ étant donnée par l'équation (VII,11) nous pouvons déterminer l'équation

$$T^-_{B+D \to N+B+1}(E) = \int d^3K_2 \frac{\Lambda^*_{P_{B+K_1} \to P_{B+1}} \Lambda_{P_d \to K_1+P_1}}{(P'_{d_0} - k_{20} - P_{10})} + \sum_{[B]} \int d^3K_2 d^3K_1 d^3Q_1$$

$$\times U^-_{Q_1[B]}(P_{B+1} P_1; K_1) \frac{T^-_{P'_B+K_2 \to [B]+Q_1}(E - k_{10}) \times \Lambda_{P'_d \to K_1+K_2}}{(E - k_{10} - q_{10} - E_{[B]} - i\eta)(P'_{d_0} - k_{10} - k_{10})} \times$$

dont la représentation graphique est la suivante :



Graphe VII-4.

Nous n'obtenons pas une équation intégrale de l'amplitude de stripping mais un développement en terme de diffusions multiples de cette amplitude .

Le premier terme de l'équation (VII,13) décrit la capture directe d'un nucléon du deutérium par la cible ; c'est un terme de pick-up . Si dans son évaluation nous faisons l'hypothèse d'un modèle périphérique pour décrire le noyau (B+1) nous obtenons rigoureusement l'amplitude de stripping de Butler dans l'approximation de Born . Le terme du second ordre décrit la diffusion d'un Nucléon du deutérium , suivie de la capture de l'autre nucléon par la cible qui peut éventuellement être excitée , la sommation porte d'ailleurs , sur tous les états du système σ_B . Dans le cas du stripping à basse énergie on ne fera pas une grosse erreur en limitant cette sommation aux seuls états liés de σ_B .

Comment va s'effectuer le calcul pratique de ces deux termes ? l'amplitude de stripping est résolue formellement et c'est maintenant que nous allons faire les hypothèses permettant le calcul . L'avantage de la méthode présentée est de nous permettre de mesurer l'incidence des hypothèses effectuées dans le calcul des termes du développement de l'équation VII-13 . Contrairement aux autres théories où les hypothèses sont faites au fur et à mesure de la résolution de l'élément de matrice T_{fi} de la théorie de Lippmann Schwinger et il est alors impossible de savoir si le mécanisme trouvé est prépondérant , dans la mesure où il a été possible de faire apparaître clairement un mécanisme de réaction . Si nous limitons l'étude de l'amplitude de stripping aux deux premiers graphes , nous voyons que pour un modèle donné nous sommes en mesure de calculer la fonction de vertex $\Lambda_{P_B+K_1 \to P_{B+1}}$ puisque nous savons l'exprimer en fonction des fonctions d'onde des noyaux B et B+1 l'étude de ce vertex permettra de déterminer les informations spec-

-troscopiques désirées propres à la capture du neutron par la cible . L'amplitude de diffusion proton cible du terme du 2ème ordre pouvant être approché par un potentiel optique convenable décrivant bien cette diffusion ; l'hypothèse principale dans l'étude de ces 2 termes consistant comme dans le cas des autres théories à remplacer des amplitudes hors couche d'énergie par des amplitudes sur la couche .

2. 4. Cas du stripping lourd

Nous envisageons maintenant le cas ou la cible transfere une partie de ses nucléons au deutérium incident : Dans la formule (VII, 8) il nous suffira de faire $B=2$: nous obtenons

$$\hat{U}^{-}_{[N][A-N]} = \hat{U}^{-}_{[N]^{*}[A-N]} + \sum_{[M][A+2-N-M]} \hat{U}^{-}_{[M][A+2-N-M]} |[N]\rangle\, G_0^{-}(E-E_{[M]}-E_{[N]}-E_{[A+2-N-M]}) \cdot$$

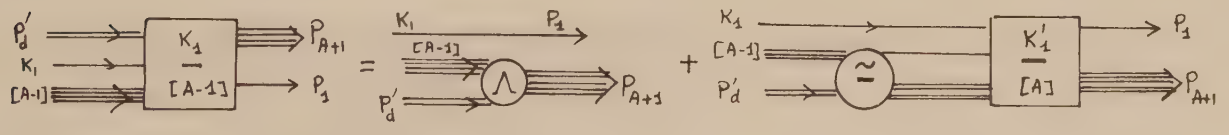
$$\cdot \langle [M][A+2-M-N] | \sum_{M,A+B-N-M}^{em} (E-E_{[N]}) \cdot J^{+}_{[A-N]} \cdot \qquad (VII, 14)$$

Le terme du premier ordre donnera une contribution différente de zéro que si N prend la valeur $N=1$. Il en est de même pour les termes d'ordre plus élevé , M ne pouvant prendre que les valeurs 1 et $A+1$. Nous obtiendrons donc un ensemble d'équations équivalentes suivant le choix fait pour N et M parmi les valeurs permises , ces équations s'exprimant en termes de mécanismes physiques différents . Etudions les cas les plus intéressants : ler cas $N=1$, $M=1$ et au cours des itérations successives le premier indice du noyau intégral sera toujours pris égal à 1 de façon à ce qu'il donne une contribution non nulle . L'équation des amplitudes $U^{+}_{K_1[A-1]}(\ ,\ )$,

$$U^{-}_{K_1[A-1]}(P_1 P_{A+1}; P'_d) = U^{-}_{K_1^{*}[A-1]}(P_1 P_{A+1}; P'_d) + \sum_{[A]} \int d^3K'_1 \, \frac{U^{-}_{K'_1[A]}(P_1 P_{A+1}; K_1)\, \tilde{T}^{-}_{P'_d+[A-1]\to K'_1+[A]}(E-k_{10})}{(E-k_{10}-k'_{10}-E_{[A]}-i\eta)}$$

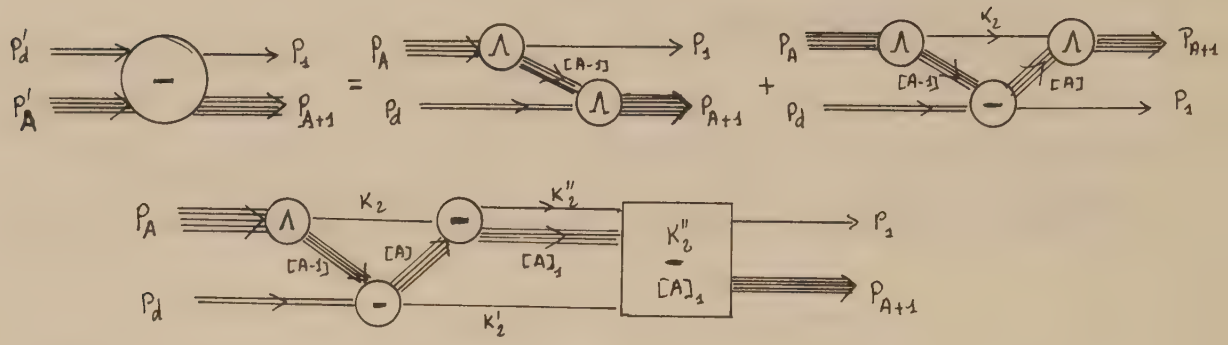
(VII, 15)

dont la représentation graphique est la suivante :



Graphe VII-5.

en calculant les éléments de matrice de (VII,15) et en effectuant la lère itération nous sommes conduits à l'équation suivante :



Graphe VII-6.

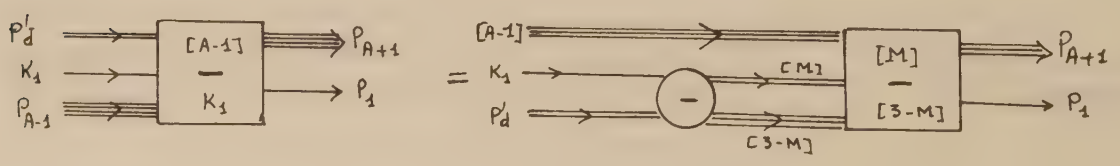
Dans cette équation nous remarquons que le terme correspondant à la première itération fait apparaître l'amplitude de la réaction $\sigma_{A+1} + D \rightarrow \sigma_A + K'_2$ qui dans le cas où σ_{A-1} et σ_A sont dans des états liés n'est rien d'autre que l'amplitude de stripping du deutérium sur un noyau de nombre de masse (A-1) . Si nous poursuivons les itérations à un ordre plus élevé nous ne ferons plus apparaître que des diffusions multiples intermédiaires d'un nucléon sur le système σ_A l'équation (VII,12) nous donne donc une relation entre l'amplitude de stripping d'un deutérium par un noyau (A) et l'amplitude de stripping d'un deutérium sur un noyau (A-1).

b) Cas où $N = A-1$. L'équation de l'amplitude $U^-_{[A-1]K_1}(P_1 P_{A-1}; P'_d)$ s'écrit :

$$U^-_{[A-1]K_1}(P_1 P_{A+1}; P'_d) = U^-_{[A-1]^* K_1}(P_1 P_{A+1}; P'_d) + \sum_{[M][3-M]} U^-_{[M][3-M]}(P_1 P_{A+1}; [A-1] \frac{T^-_{P'_d + K_1 \rightarrow [M]+[3-M]}(E - E_{[A-1]})}{(E - E_{[A-1]} - E_{[3-M]} - E_{[M]} - i\eta)}$$

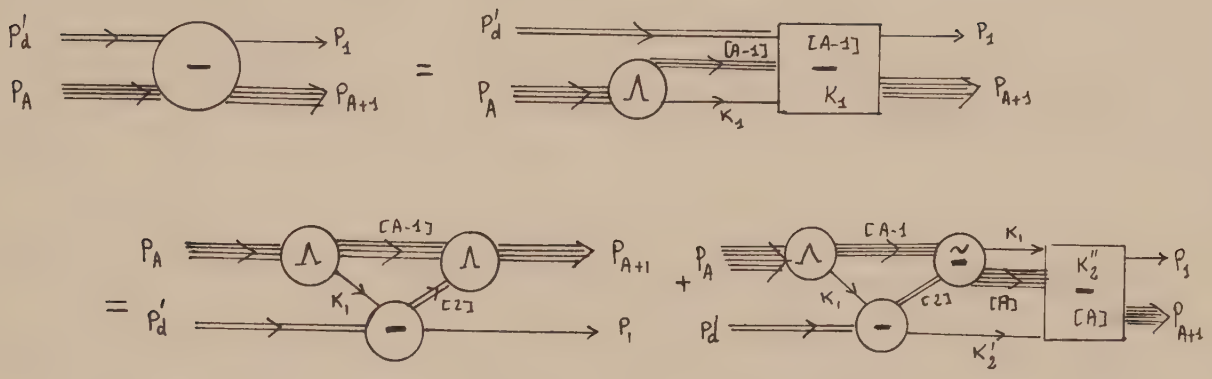
qui s'écrit graphiquement

(VII,16)



Graphe VII-7.

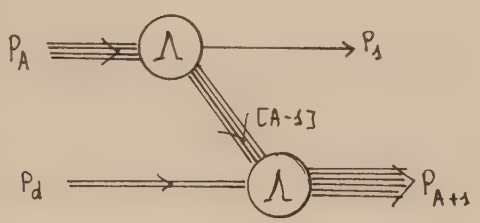
Dans le cas où $M = 1$, $M' = 1$ nous obtenons l'équation



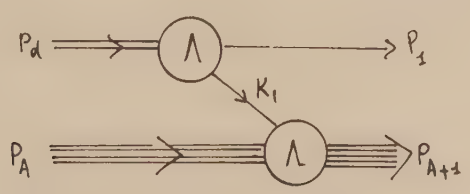
Graphe VII-8.

où nous avons fait apparaître le ler terme de la lère itération

Les différents cas envisagés sont à notre avis les plus intéressants pour l'étude des amplitudes de stripping . Dans le cas du stripping lourd nous avons fait apparaître facilement le terme de Butler où la cible se désintègre en un nucléon qui sera repéré dans la voie de sortie et un système de (A-1) nucléons qui capture le deutérium incident pour former le noyau résiduel (A+1) un tel processus sera prépondérant aux grands angles et pour des faibles energies de P_1 ce processus schématisé par le graphe :



a très souvent été utilisé en compétition avec le terme du ler ordre du stripping normal



qui est prépondérant aux petits angles car de ce fait on était assuré d'avoir un accord avec l'expérience aux grands angles comme aux petits angles des distributions angulaires . Remarquons cependant que ces deux processus ne peuvent pas apparaître simultanément au premier ordre de l'équation intégrale VI-3. , en effet si le terme de Butler apparait au premier ordre le stripping d'échange lui apparait au second ordre (cf fig. VII.4).

Les différentes équations intégrales de stripping que nous avons trouvées se distinguent par les mécanismes physiques virtuels qu'elles font apparaitre . Nous n'avons envisagé dans cet exposé que l'étude des éléments de matrice T^{-}_{fi} du stripping . Il aurait été intéressant d'étudier les processus de pick-up (P.d) qui auraient montré les différents mécanismes intermédiaires que l'on aurait eu en étudiant les éléments de matrices T^{+}_{fi} du stripping .

§ 3. Réaction de transfert $He^4 + P \longrightarrow t + 2p$.

3.1. Généralités

Considérons une réaction de transfert du type (Pt)

$$\sigma_A + \sigma_1 \rightarrow \sigma_3 + \sigma_{(A-2)} \qquad (VII, 14)$$

Dans ces réactions les modes de réduction sont limités du fait que la cible doit nécessairement transférer une partie de ses nucléons au nucléon incident . L'équation (VII-9.) nous permets de déterminer les équations intégrales linéaires des réactions de transfert . Nous n'exposerons pas ici la méthode de détermination de ces équations dans le cas général de réaction de transfert (Pt) car la donnée de l'équation (VII. 9) et la méthode que nous avons explicitée dans le cas du stripping lourd suffit à la généralisation .

A titre d'exemple , et pour montrer comment l'étude particulière que nous avons faite pour les problèmes à 3 et 4 corps s'inserrent dans ce cadre général , nous allons montrer comment les équations (VII-9.) se traduisent pour . Cet exemple aura en outre l'avantage de montrer comment se bâtit la récurrence que nous préconisons pour traiter les problèmes à n corps à partir des problèmes à 2..3 n-1 corps .

3.2. Détermination des différentes équations

L'élément de matrice T^- du processus s'écrit avec nos conventions et suivant la fragmentation de He^4 , de la manière suivante :

$$T^{-\,(E)}_{\alpha + P \rightarrow 2P+T} = \int d^3K_1 \sum_{[3]} U^-_{K_1[3]}(P_1P_2P_T;P'_1) \langle K_1[3]|P_\alpha\rangle \qquad (VII.15a)$$

où

$$T^{-\,(E)}_{\alpha + P \rightarrow 2P+T} = \int d^3K_1 \sum_{[3]} U^-_{[3]K_1}(P_1P_2P_T;P'_1) \langle [3]K_1|P_\alpha\rangle \qquad (VII,15b)$$

ou bien

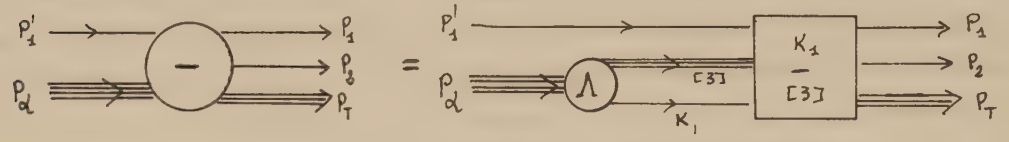
$$T^{-\,(E)}_{\alpha + P \rightarrow 2P+T} = \sum_{[2][2]_1} U^-_{[2][2]_1}(P_1P_2P_T;P'_1) \langle [2][2]_1|P_\alpha\rangle \qquad (VII,15c)$$

Dans les deux premiers cas les amplitudes sont données par les équations intégrales suivantes :

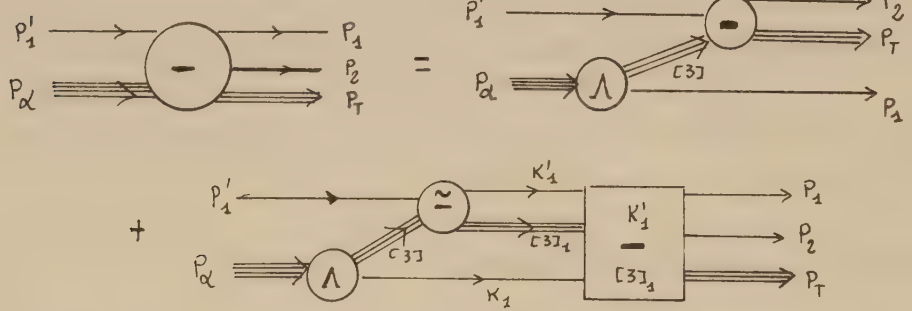
$$U^-_{K_1[3]}(\ ;P'_1) = U^-_{K_1{}^*[3]}(\ ;P'_1) + \int d^3K'_1 \sum_{[3]_1} U^-_{K'_1[3]_1}(\ ;K'_1)\ \frac{\tilde{T}^-_{P'_1+[3]\to K'_1+[3]_1}(E-k_{20})}{(E-k_{10}-k'_{10}-E_{[3]_1}-i\eta)} \qquad (VII,16)$$

$$U^-_{[3]K_2}(\ ;P'_1) = U^-_{[3]^*K_2}(\ ;P'_1) + \int d^3K'_1 \sum_{[3]_1} U^-_{[3]_1K'_1}(\ ;[3])\ \frac{T^-_{P'_1+K_2\to K'_1+K_1}(E-E_{[3]})}{(E-k_{10}-k'_{10}-E_{[3]_1}-i\eta)} \qquad (VII,17)$$

qui conduisent aux équations graphiques pour $T^-_{\alpha+P\to 2P+T}(E)$

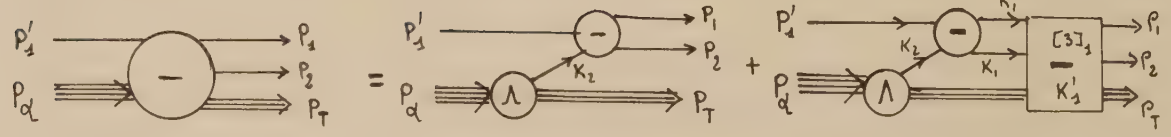


dans le cas VII-15 a



Graphe VII.9

dans le cas VII-15 b



Graphe VII.10

Dans le cas où He^4 est fragmenté en 2 sous ensembles de 2 particules , nous déterminons l'équation intégrale des amplitudes $U^-_{[2][2]_1}(\quad ; p'_1)$ de la manière suivante .

nous faisons N = 2 et M = 1 dans l'aquation (VII,9)

$$U^-_{[2][2]_1}(P_1P_2P_T; p'_1) = U^-_{[2]*[2]_1}(\quad ; p'_1) + \sum_{[2]_2} \int d^3K_1 \; U^-_{K_1[2]_2}(P_1P_2P_T; [2]) \times$$

$$\times (E - E_{[2]_2} - k_{10} - E_{[2]_3} - i\eta)^{-1} \; \tilde{T}^-_{p'_1+[2]_3 \to K_1+[2]_2}(E - E_{[2]}) \; . \qquad (VII,18)$$

en faisant N = 1 et M = 2 dans VII-9 . Il vient :

$$U^-_{K_1[2]_2}(\quad ; [2]) = U^-_{K_1^*[2]_2}(\quad ; [2]) + \sum_{[2]_3\,[2]_4} U^-_{[2]_3[2]_4}(\quad ; K_1)\,(E - E_{[2]_4} - E_{[2]_3} - k_{10} - i\eta)^{-1}$$

$$\times \tilde{T}^-_{[2]+[2]_2 \to [2]_3+[2]_4}(E - k_{10}) \; . \qquad (VII,19)$$

et la combinaison de ces 2 équations nous donne l'équation intégrale de $U^-_{[2][2]_1}(\quad ; p'_1)$ suivante :

$$U^-_{[2][2]_1}(\quad ; p'_1) = U^-_{[2]^*[2]_1}(\quad ; p'_1) + \sum_{[2]_2} \int d^3K_1 \; U^-_{K_1^*[2]_2}(\quad ; [2]) \times$$

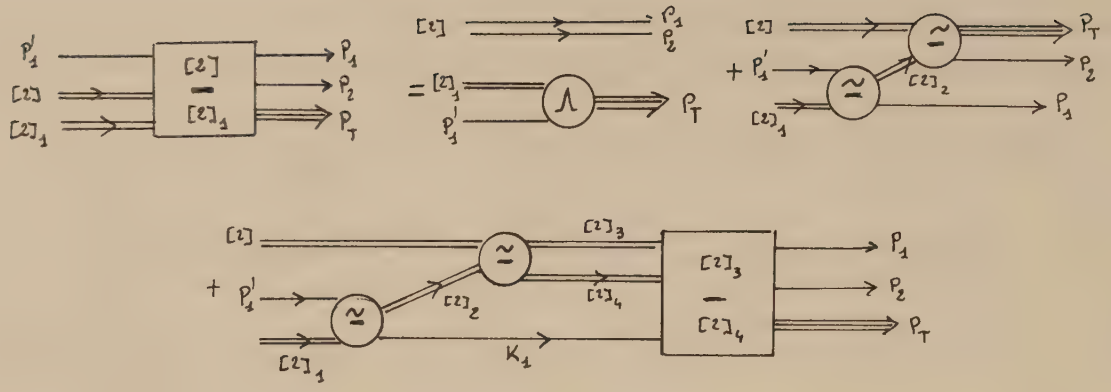
$$\times (E - E_{[2]_2} - k_{10} - E_{[2]} - i\eta)^{-1} \; \tilde{T}^-_{p'_1+[2]_1 \to K_1+[2]_2}(E - E_{[2]}) + \sum_{[2]_2\,[2]_3\,[2]_4} \int d^3k_1 \; .$$

$$\times U^-_{[2]_3[2]_4}(\quad ; k_1)\,(E - E_{[2]_3} - E_{[2]_4} - E_{[2]_2} - i\eta)^{-1} \times \tilde{T}^-_{[2]+[2]_2 \to [2]_3+[2]_4}(E - k_{10})$$

$$\times (E - E_{[2]_2} - k_{10} - E_{[2]} - i\eta)^{-1} \; \tilde{T}^-_{p'_1+[2]_1 \to K_1+[2]_2}(E - E_{[2]}) \; .$$

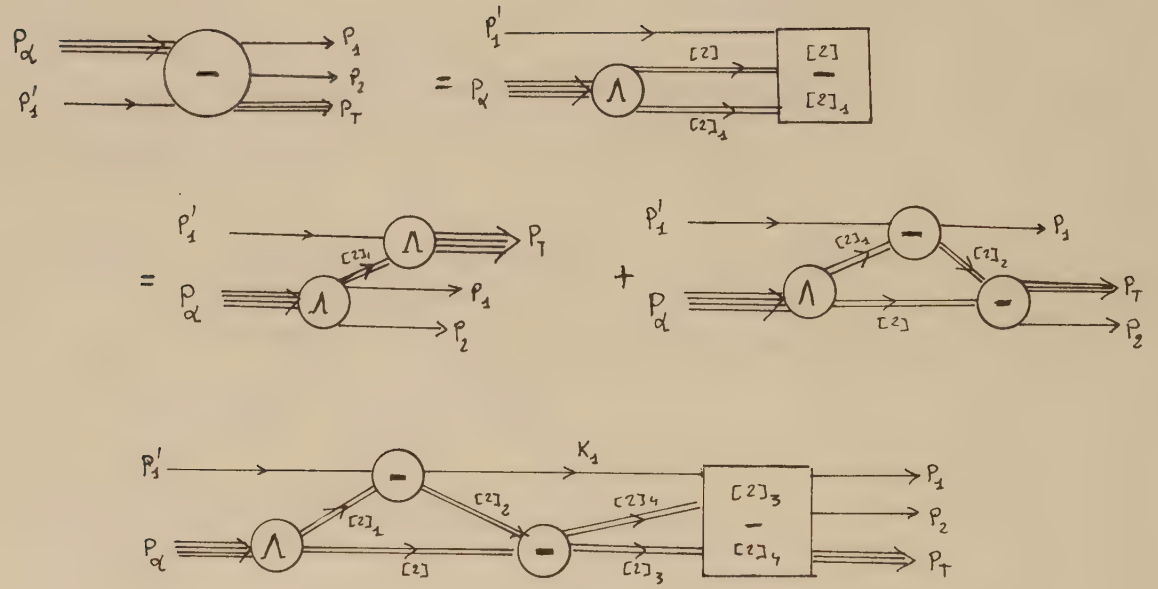
$$(VII,20)$$

dont la représentation graphique est la suivante :



Graphe VII .11

et pour l'élément de matrice



Graphe VII .12

pour des énergies incidentes du nucléon de l'ordre 155MeV le tritium émergeant est très énergénique nous devons donc analyser en premier lieu les premiers graphes du développement (VII .12) qui sont les plus probables .

CONCLUSION

Nous avons étudié dans ce chapitre les éléments de matrice de l'opérateur de transfert dans le cas des réactions de stripping et dans le cas des réactions du type (PT) . Cet opérateur est tout à fait général et son utilisation peut s'étendre à des réactions avec réarrangement plus complexes que celles que nous avons envisagées .

D'une manière générale la méthode d'analyse que nous venons d'exposer présente un certain nombre d'avantages . En dehors du fait qu'elle permet d'obtenir très rapidement les équations intégrales linéaires d'un processus donné en termes de processus plus simples , nous retiendrons principalement le fait qu'une fois fait le choix du mécanisme pour la réaction considérée , elle permet d'en distinguer l'étude cinématique de l'étude dynamique . Cette distinction permet en outre de tenir compte de toutes les propriétés purement cinématiques d'un mécanisme de réaction ce qui , comme l'a montré Shapiro (R.45) , peut éviter d'attribuer à la structure d'un noyau des propriétés qui sont seulement dues à la cinématique du mécanisme .

Nous avons dans ce chapitre prété une attention particulière à l'étude des modes de réduction ; nous avons vu en particulier comment la préparation de l'équation intégrale de l'opérateur de transfert pouvait par le jeu de ses indices faire apparaitre une succession de mécanismes distincts . Le choix du mécanisme sera donc un problème délicat que nous pouvons guider en considérant les critères suivants :

- Recherche des graphes dont la singularité dominante est la plus proche de la région physique .
- Le second critère est celui de Treiman Yang (R.46) permettant de savoir si un processus est périférique . Ce critère utilisé aux hautes énergies a été élargi par Shapiro (R47..49) aux cas où des particules à spins se propageaient .

Notons qu'il serait intéressant que des expériences vérifiant ce critère soient entreprises car il apporte des simplifications notables dans l'étude théorique et par voie de conséquence dans l'interprétation des résultats .

CONCLUSION

La méthode que nous venons de formuler à partir des principes fondamentaux de la seconde quantification nous a donc permis de trouver des équations pour les amplitudes de diffusion correspondants aux différentes réactions nucléaires étudiées .

Une première caractéristique de cette théorie est qu'elle fait apparaitre des équations linéaires , ce qui est important pour les méthodes de résolutions numériques . Cette linéarité provient du fait que l'on ne réduit qu'une seule voie tout au long du calcul d'un processus .

Une autre caractéristique importante due aux règles de commutation est qu'en plus d'une antisymétrisation correcte , cette théorie permet de réduire constamment le nombre de nucléons d'une voie ; ce qui permet d'exprimer des amplitudes complexes à l'aide d'amplitudes plus simples supposées connues .

Nous avons pu voir aussi au cours de la deuxième partie comment la souplesse d'utilisation des formules de réduction , jointe à la propriété de fragmentation des courants permet de déterminer l'équation intégrale d'un processus dont le noyau d'itération donne les mécanismes physiques les plus probables aux ordres les plus bas . En dehors de ces propriétés nous avons montré comment les seules grandeurs qui apparaissent sont soit des amplitudes de diffusion , soit des fonctions de vertex . Chacune de ces amplitudes possède une signification physique très claire et nous avons pu en outre montrer des relations entre des amplitudes apparemment indépendantes .

L'introduction des fonctions de vertex au lieu et place des facteurs de forme habituels nous a permis d'introduire de façon correcte la cinématique dans la théorie et d'expliciter ainsi les propriétés dues à la structure nucléaire de celles dues à la nature d'un mécanisme de réaction .

Un autre avantage que nous avons exploité dans la deuxième partie de ce travail est l'isomorphisme entre l'algèbre graphique et l'algèbre littérale que nous avons préconisé au chapitre V. , ce qui rend les calculs beaucoup plus aisés et donne une représentation claire des mécanismes physiques qui se produisent dans une réaction donnée .

APPENDICE I

Relation d'anticommutation $[a_{K_{N-j}}, J_{K_j}]_+$

Considérons l'expression du courant J_{K_j} donnée par l'équation (I,7) soit

$$J_{K_j} = \int d^3Q_1' d^3Q_1 d^3Q_2 \; a^+_{Q_1'} \, \vartheta_{K_j Q_1' Q_1 Q_2} \, a_{Q_1} a_{Q_2} \qquad (A,I,1)$$

formons le produit

$$a_{K_{N-j}} J_{K_j} = \int d^3Q_1' d^3Q_1 d^3Q_2 \; a_{K_{N-j}} a^+_{Q_1'} \, \vartheta_{K_j Q_1' Q_1 Q_2} \, a_{Q_1} a_{Q_2} \quad . \quad (A,I,2)$$

et amenons l'opérateur $a_{K_{N-j}}$ à l'extrème droite de (A,I,2) en utilisant les relations d'anticommutation (I,3) . Nous obtenons

$$a_{K_{N-j}} J_{K_j} = - \int d^3Q_1' d^3Q_1 d^3Q_2 \; a^+_{Q_1'} a_{K_{N-j}} \, \vartheta_{K_j Q_1' Q_1 Q_2} \, a_{Q_1} a_{Q_2} + \int d^3Q_1 d^3Q_2 \, \vartheta_{K_j K_{N-j} Q_1 Q_2}$$

$$\times a_{Q_1} a_{Q_2} = J_{K_j} a_{K_{N-j}} + \int d^3Q_1 d^3Q_2 \; \vartheta_{K_j K_{N-j} Q_1 Q_2} \, a_{Q_1} a_{Q_2}$$

Soit en considérant la convention d'écriture

$$\tilde{\vartheta}_{K_j K_{N-j}} = \int d^3Q_1 d^3Q_2 \, \vartheta_{K_j K_{N-j} Q_1 Q_2} \, a_{Q_1} a_{Q_2} \qquad (A.I.3)$$

$$[a_{K_{N-j}}, J_{K_j}]_+ = \tilde{\vartheta}_{K_j K_{N-j}} \qquad (A.I.4)$$

BIBLIOGRAPHIE

R-1. N. N. Bogolyubov - Ups. Fiz. Nank. 67, 549(1959)

R-2. J. G. Valatin -Phys. Rev. 122, 1012 (1961)

R-3. P. J. Redmond et J. L. Uretsky -Ann. of Phys. 9, 106(1960)

R-4. R. D. Amado - Phys. Rev. 127, 261 (1962)

R-5. V. Gillet et C. Bloch -Phys. Lett. 16, 62 (1965)

R-6. V. Gillet et C. Bloch -Phys. Lett 18, 58(1965)

R-7. F. Villars - Prétirage M. I. T. (1964) non publié .

R-8. K. Weidenmuller et K. Dietrich - Nucl. Phys. 83, 332 (1966)

R-9. H. Lehmann, K. Symansik , W. Zimmermann -N. C. 1, 205 (1955)

R-10. R. Haag - Phys. Rev. 112, 669 (1958)

R-11. M. L. Goldberger et K. M. Watson - Collision Theory - J. Wiley § Sons .

R-12 F. Becker - Thèse de Doctorat d'Etat (non publiée) - Appendice I.

R-13. W. Zimmermann - Nuovo Cimento 10, 597 (1958)

R-14. L. Fadeev - JETP 39, 1459(1960)

R-15. V. V. Komarov , A. M. Popova , JETP 45, 214 (1963)

R-16. V. V. Komarov , A. M. Popova ,

R-17. C. Lovelace - Phys. Rev. 135 B, 1225(1964)

R-18. R. L. Omnes -Phys. Rev. 134 B, 1358 (964)

R-19. R. Aaron-R. Amado , Y. Yam- Phys. Rev. 136 B, 650 (1964)

R-20. I. S. Shapiro - JETP 41, 1616 (1961)

R-21. I. S. Shapiro -JETP 43 , 1727 (1962)

R-22. I. S. Shapiro - On the theory of direct Nuclear reactions Gosatomizdat Moscow 1963

R-23. K. A. TER Matirosyan

R-24. G. Breit , K. W. Chun, H. G. Washweiler -Phys. Rev. 133 (1964)

R-25. K. R. Greider - Phys. Rev. Letters 9, (1962) 392

R-26. K. R. Greider - Phys. Rev. 133 (1964) B 1483

R-27. K. R. Greider - Phys. Rev. 136 (1964) B 420

R-28. J. R. Oppenheimer et M. Philips - Phys. Rev. 48, 500(1935)

R-29. E. O. Lawrence et E. Mc. Millan - Phys. Rev. 48, 493 (1935)

R-30. H. A. Bethe et S. T. Butler- Phys. Rev. 85, 1045 (1952)

R-31. S. T. Butler - Phys. Rev. 80, 1095 (1950)

R-32. S. T. Butler - Proc. Roy. Soc. A 208, 559 (1951)

R-33. S. T. Butler - Phys. Rev. 89, 685(1952)

R-34. S. T. Butler et N. Austern -Phys. Rev. 93, 355 (1954)

R-35. S. T. Butler et Mittmair OH. - Nuclear stripping reactions .
(Horowitz publications , Sydney, Australie (1957) .

R-36. R. D. Amado - Phys. Rev. Letters 2, 399 (1959)

R-37. Roland Omnes -Phys. Rev. 137, B 649(1965)

R-38. Howard J. Schnitzer - Rev. Mod. Phys. 37, 666 (1965)

R-39. S. T. Butler - Nature 207, 1346 (1965)

R-40. C. A. Pearson et M. Coz - Nuclear Physics 82, 545 (1966)

R-41. C. A. Pearson et M. Coz - Nuclear Physics 82, 533 (1966)

R-42. C. L. Lin et S. Yoshida - Prog. Theor. Phys. 32, 885 (1964)

R-43. C. L. Lin et S. Yoshida - Prog. Theor. Phys. 36, 251 (1966)

R-44. J. L. Ballot , Nucl. Phys.

R-45. I. S. Shapiro - Cours de Varenna (1966)

R-46. S. B. Treiman et C. N. Yang -Phys. Rev. Lett . 8, 140 (1962)

R-47. I. S. Shapiro -V. M. Kolybasov et G. R. August - Nucl. Phys. 61, 353 (1965)

R-48. I. S. Shapiro et V. M. Kolybasov - JETP Lett 4, 221 (1966)

R-49. V. M. Kolybasov -Nucl. Phys. 68, 8 (1965)

R-50. H. Ekstein -Phys. Rev. 101 , 880 (1956)

R-51. J. M. Jauch - Helv. Phys. acta 31, 127 (1958)
31, 661 (1958)

TABLE DES MATIERES

Ière PARTIE : Présentation du Formalisme

Chapitre I: Généralités sur la Seconde Quantification

§ 1 Définition et Propriétés des Opérateurs à 1 particule

§ 2 Définition et Propriétés des Opérateurs Asymptotiques à 1 particule

Chapitre II: Etude des Etats Liés Isolés

§ 1 Propriétés des Opérateurs à N particules

1.1 Définitions

1.2 Equations du mouvement des opérateurs $a^{+}_{[N]}(x_0)$

1.3 Expression des courants $J_{[N]}(x_0)$ en fonction des courants à 1 particule .

1.4 Fragmentation du courant $J_{[N]}(x_0)$, associé à un état de $\mathcal{O}_N$

§ 2 Etats Asymptotiques - Relations de Commutation

2.1 Définition des états asymptotiques

2.2 Relation de commutation

2.3 Détermination de la relation $J^{+}_{[P]}|[N]\rangle = (-1)^{N.P} J^{+}_{[N]}|[P]\rangle$

Chapitre III: Etude des Etats de Diffusion

Introduction

§ 1 Cas de 2 fragments

§ 2 Cas de n fragments

2.1 Définitions

2. . Différentes formes d'états asymptotiques

Conclusion

Chapitre IV: Matrice S . Matrice T - Formules de Réduction

§ 1 Technique de Réduction - Définition des opérateurs de Moller

1.1 Généralités

1.2 Technique de réduction

1.3 Opérateurs de Moller

IIème PARTIE : Etude Formelle des Réactions Nucléaires

Chapitre V: Etude Formelle du Problème à 3 Corps

§ 1 Détermination des Equations Intégrales Linéaires des Diffusions Elastiques et Inélastiques Nucléon -Deutérium

1.1 Introduction

1.2 Détermination de l'élément de Matrice $U^{+}_{K_1 K_2}(P_1; P'_1 P'_d)$.

1.3 Détermination de l'équation intégrale de $U^{+}_{K_1 K_2}(P_1; P'_1 P'_d)$.

1.4 Itération de l'équation intégrale (V,9)

1.5 Approximation d'impulsion

§ 2 Représentation Graphique de l'Equation Integrale de $U^{+}_{K_1 K_2}(P_1; P'_1 P'_d)$.

Chapitre VI: Etude du Problème à 4 Corps

§ 1 Etude des Equations Intégrales

1.1 Généralités

1.2 Etude de l'opérateur $\hat{U}^{+}_{[A-N][N]}$

§ 2 Etude des Eléments de Matrice T^{+} des processus ayant deux deutériums incidents

2.1 Réactions $P_{d_1} + P_{d_2} \rightarrow P'_{d_1} + P'_{d_2}$

2.2 Réaction $P_{d_1} + P_{d_2} \rightarrow P'_1 + P'_2 + P'_d$

2.3. Réaction $P_{d_1} + P_{d_2} \rightarrow P'_1 + P'_T$

2.4 Réaction $P_{d_1} + P_{d_2} \rightarrow P'_1 + P'_2 + P'_3 + P'_4$

§ 3 Etude des Elements de Matrice T des processus ayant 1 Nucléon et un Tritium (ou He^3) incidents

Chapitre VII Etude des Réactions de Transfert

§ 1 Opérateurs de Transition

1.1 Introduction

1.2 Détermination de l'opérateur

§ 2 Application aux Réactions de Stripping

2.1. Introduction

2.2 Opérateur de Stripping

2.3 Détermination des éléments de matrice

2.4 Cas du stripping lourd

§ 3 Réaction de transfert $H_e^4 + P \rightarrow T + 2P$

3.1 Généralités

3.2 Détermination des différentes équations

Conclusion

Conclusion

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Vu et approuvé :

Orsay, le 6 Mars *19* 67

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

UNIVERSITÉ DE PARIS — FACULTÉ DES SCIENCES — ORSAY

signé: BERGERARD

Vu

et Permis d'imprimer :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

signé: ROCHE

S 1785 A. — Paris, Imp. Administrative Centrale, 8, rue de Furstenberg (6-61) 1 463